Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 1
Radek Chrapkiewicz

20.02.2013

Wstęp matematyczny

1. Iloczyn skalarny w unitarnej przestrzeni funkcji wynosi $\langle f|g\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(t)g(t)\ dt$. Pokaż, że rodzina wektorów $u_\omega(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{i\omega t}$ sparametryzowana rzeczywistym parametrem ω stanowi bazę ortogonalną w tej przestrzeni.
2. Delta Diraca $\delta(x)$ zdefiniowana jest przez dwie własności:
$$1^\circ \quad \delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$$
$$2^\circ \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = 1$$
Udowodnij: $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$.
3. Pokaż, że baza z zadania 1. $u_\omega(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{i\omega t}$ jest unormowana do delty Diraca tzn. $\langle u_\omega|u_{\omega'}\rangle = \delta(\omega-\omega')$.
4. Znajdź rozkład funkcji $f(t)$ na wektory bazowe, podaj współczynniki tego rozkładu. *Odpowiedź:*
$$\mathcal{F}^{-1}(\tilde{f}(\omega)) = f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega)e^{i\omega t}d\omega$$
to odwrotna transformata Fouriera. Współczynniki rozkładu $\tilde{f}(\omega)$ to transformata Fouriera:
$$\mathcal{F}(f(t)) = \tilde{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt$$
5. Znajdź rozkład na wektory bazowe funkcji $\sin\omega t$ oraz $\cos\omega t$.
6. Widmo światła o polu elektrycznym $E(t)$ zdefiniowane jest przez kwadrat modułu amplitudy spektralnej (transformaty Fouriera): $|\tilde{E}(\omega)|^2$. W przypadku idealnie monochromatycznego lasera emitującego dla którego $E(t) = E_0\cos\omega_0 t$ widmo powinno być proporcjonalne do delty Diraca $\delta(\omega-\omega_0)$, czyli mieć nieskończenie małą szerokość. Spektrometr zazwyczaj jednak mierzy widmo przez skończony czas. Znajdź widmo lasera zmierzone przez spektrometr w okienku czasowym $\tau = 10$ ms.
7. Grupa wzbudzonych atomów (np. w neonówce, w ośrodku laserowym, w parach rubidu), żyje zazwyczaj przez krótki czas τ po czym relaksuje do stanu podstawowego emitując światło o częstotliwości $\omega_0 = \Delta E/\hbar$ odpowiadającej różnicy energii pomiędzy poziomem podstawowym i wzbudzonym ΔE. Obserwowane światło ma następujący przebieg pola elektrycznego w czasie: $E(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t}e^{-t/\tau}$. Znajdź widmo tego światła i jego szerokość połówkową. Czas życia to τ =10 ns, a centralna długość fali emitowanego światła $\lambda = 800$ nm.

Zadania domowe

1. Udowodnij: $f(t) = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(f(t)))$.
2. Oblicz: $\mathcal{F}(f(t)e^{i\omega_0 t}) =?$
3. Oblicz: $\mathcal{F}(f(at)) =?$
4. Zainstaluj program Mathematica 9 (licencja wydziałowa dla wszystkich studentów i pracowników). Oblicz i wykreśl numeryczną transformatę Fouriera funkcji prostokątnej.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 2
Radek Chrapkiewicz

21.02.2013

Przykłady transformat Fouriera, intuicje

1. Podaj transformatę Fouriera $\mathcal{F}(f(t))$ dla a) $f(t) = \delta(t)$, b) $f(t) = 1$ c) $f(t) = \mathrm{rect}_\tau(t)$ d) $f(t) = \theta(t)e^{-t/\tau}$.
2. Podaj jakościowe rozumowanie wyjaśniające jak uzyskać krótki pakiet falowy (impuls światła). Skorzystaj z własności z poprzedniego zadania domowego $\mathcal{F}((f(at)) = \frac{1}{a}\tilde{f}(\frac{\omega}{a})$.
3. Oblicz transformatę Fouriera z funkcji Gaussa: $\mathcal{F}(e^{-t^2})$.
4. Znajdź punkt stały odwzorowania jakim jest transformata Fouriera.
5. Wyprowadź zasadę nieoznaczoności Heisenberga typu energia - czas dla pakietów falowych światła.
6. Pokaż, że transformata Fouriera iloczynu funkcji jest splotem ich amplitud spektralnych.

Zadania domowe

1. Zaimplementuj w Mathematicę filtr dolno- i górnoprzepustowy i zastosuj go np. dla funkcji prostokątnej. W tym celu musisz przemnożyć amplitudę spektralną $\tilde{f}(\omega)$ przez funkcję filtra, która wyzeruje składowe o dużej (lub małej) częstości i zrób transformatę odwrotną.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 3
Radek Chrapkiewicz

27.02.2013

Propagacja w dielektryku

1. Masz dwa sygnały, które różnią się tylko tym, że jeden jest przesunięty względem drugiego o $\Delta\omega$. Znajdź natężenie tego sygnału od czasu tzn. $|\mathcal{F}^{-1}(\tilde{f}(\omega) + \tilde{f}(\omega + \Delta\omega))|^2$, wiedząc że $f(t) = \mathcal{F}^{-1}(\tilde{f}(\omega))$. Z jakim zjawiskiem mamy tutaj do czynienia? Jaka będzie charakterystyczna częstość natężenia od czasu $|f(t)|^2$?
2. Znajdź rozwiązania równania falowego dla pól elektromagnetycznych w próżni w jednym wymiarze. W tym celu udowodnij kolejną własność transformaty Fouriera $\mathcal{F}(\frac{d^n f}{dt^n}) = (i\omega)^n \tilde{f}(\omega)$.
3. Pokaż, że w dielektryku o podatności elektrycznej χ fala rozchodzi się z prędkością $c/\sqrt{1+\chi}$.
4. Wyprowadzić równanie falowe w dielektryku w przybliżeniu wolno zmiennej obwiedni. W tym celu załóż, że $E(z,t) = A(z,t)e^{ik_0 z}$ i, że $|d^2A/dz^2| \ll k_0|dA/dz|$ oraz $|d^2A/dz^2| \ll k_0^2|A|$.
5. Rozważ następujące zagadnienie w 1 wymiarze. Przestrzeń od $0 < z \leq L$ wypełniona jest drgającymi dipolami o gęstości momentu dipolowego wewnątrz obszaru $P(z,t) = P_0 e^{i\omega_0 t}$. Jakie będzie pole elektryczne w punkcie z'? Skorzystaj z równania wyprowadzonego w zad. 4. Dlaczego dla pewnych L pole elektryczne znika?
6. *(Nie było na ćwiczeniach, ale warto się zastanowić) Kontynuacja zad. 5. Czy można w sposób poprawny uzyskać wynik w całej przestrzeni przy rozwiązywaniu równania wolno zmiennej amplitudy? Czy gdyby $P_0(z)$ było funkcją od z to można byłoby dobrać taki przebieg tej funkcji by uzyskać emisję w z takiego materiału?

Zadania domowe

1. W danym punkcie przestrzeni $z = z_0$ pole elektryczne w funkcji czasu wynosi

   $$E(z_0, t) = E_0 e^{-t^2/2\tau^2 + i\omega_0 t}.$$

   Zakładając, że fala propaguje się w próżni, znajdź pole elektryczne w przestrzeni w danej chwili czasu t_0. $E(z, t_0) =$?
2. Ile wynosi szerokość połówkowa $\Delta\lambda$ widma gaussowskiego impulsu laserowego o centralnej długości fali $\lambda = 800$ nm o czasie trwania Δt (w sensie szerokości połówkowej) odpowiadającej pojedynczemu okresowi fali nośnej. Fala nośna to monochromatyczna fala o długości λ.
3. Na ćwiczeniach wyprowadziliśmy równanie różniczkowe na ewolucję tzw. wolno zmiennej obwiedni $A(z,t)$ gdzie $E(z,t) = A(z,t)e^{ikz}$. Zakładając, że $A(0,t) = A_0 e^{-t^2/2\tau^2}$ podaj dla jakich parametrów τ można w sposób uzasadniony stosować przybliżenie wolno zmiennej obwiedni? Ilu oscylacją pola elektrycznego to odpowiada?
4. Splot dwóch funkcji zdefiniowany jest w następujący sposób:

   $$(f \star g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t')g(t-t')dt$$

   Oblicz splot funkcji Gaussa: $f(t) = e^{-t^2/2\tau^2}$ z a) $g(t) = \delta(t)$ b) $g(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k\tau)$ c) $g(t) = e^{-t^2/2\eta^2}$ d) $g(t) = \sin(t)$
5. Gaussian blurr w 1D. Żeby zrozumieć jak działa efekt rozmycia z Photoshopu tudzież po prostu nie ostre zdjęcie zaimplementuj analitycznie bądź numerycznie okresową funkcje prostokątną
   (np. taką jak tu `http://pl.wikipedia.org/wiki/Sygna%C5%82_okresowy` i zrób jej splot z funkcją $f(t) = e^{-t^2/2\tau^2}$.
   Zobacz w Mathematice za pomocą funkcji `Manipulate`, efekty przy zmianie τ.
6. * Gaussian blurr w 2D. Zaimplementuj Gaussian Blurr w Mathematice na dowolnym zdjęciu.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 4
Radek Chrapkiewicz

28.02.2013

Ośrodek dyspersyjny

1. Znajdź zespolony współczynnik podatności elektrycznej $\chi(\omega)$ w gazie w modelu Lorentza. Załóż, że atomy to oscylatory harmoniczne - elektron + jon dodatni, o częstości własnej ω_0, stałej tłumienia γ. Koncentracja atomów (liczba na jednostkę objętości) wynosi N. Rozwiąż równanie różniczkowe za pomocą transformaty Fouriera.

2. Pokaż, że urojona część współczynnika załamania jest proporcjonalna do stałej tłumienia eksponencjalnego w ośrodku. Jaka jest dokładnie ta stała tłumienia w ośrodku o podatności elektrycznej $\chi(\omega)$ dla częstotliwości ω_0.

3. Znajdź relację pomiędzy polem elektrycznym a polaryzacją elektryczną w dziedzinie czasu.

4. Wyprowadź równanie propagacji dla wolno zmiennej obwiedni $A(z, t)$ w ośrodku dyspersyjnym o podatności liniowej $\chi(\omega)$. Załóż, że pakiet falowy, który propagujesz nie ma zbyt szerokiego widma to znaczy $k(\omega) \simeq k(\omega_0)$. *Odpowiedź:*

$$\frac{\partial \tilde{A}(\omega, z)}{\partial z} = i(k(\omega) - k_0)\tilde{A}(\omega, z)$$

5. Rozwiązując równanie z zadania 4. pokaż, że prędkość propagacji obwiedni czyli prędkość grupowa wynosi $v_g = \partial\omega/\partial k$.

Zadania domowe

Zadania bez gwiazdki powinniście być w stanie bezproblemowo rozwiązywać na kolokwium. Zadania z gwiazdką są dla ciekawskich, którzy chcą się sami czegoś nauczyć ponad program wykładu, co przyda się później i na studiach czy w pracy naukowej. Potencjalnie będziecie mogli po zakończeniu tego kursu samodzielnie robić symulację rzeczywistych układów fizycznych (np. nieliniowe efekty, supercontinuum, solitony).

W przypadku zadań z ćwiczeń, zadań domowych z gwiazdką i bez, samodzielne i regularne rozwiązywanie ich ma Wam dać w ręku zrozumienie kawałka fajnej fizyki.

1. Wyprowadź jeszcze raz samodzielnie równanie na wolno zmienną obwiednię w ośrodku w którym $P(\omega) = \varepsilon_0\chi(\omega)E(\omega)$. Rozwiń $k(\omega)$ w szereg Taylora. Dla jakich parametrów $\beta_n = d^n k/d\omega^n$ równanie jest tożsame równaniu Shroedingera dla fal materii? Równanie Schroedingera:
$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\psi$$
Wskazówka: zamień t na z.

2. Policzyć odwrotną transformatę Fouriera $\chi(t) = \mathcal{F}^{-1}(\chi(\omega))$ z modelu Lorentza.

3. * (Dla tych co chcą zrozumieć przyczynowość w elektrodynamice i dla tych co lubią funkcje analityczne) Wyprowadź relacje Kramersa-Kroniga:
`http://en.wikipedia.org/wiki/Kramers%E2%80%93Kronig_relations`

4. Przeprowadź jeszcze raz samodzielnie rachunek - rozwiązanie równania wolno zmiennej obwiedni, która jest uniwersalnym przepisem na znajdowanie propagacji pakietów falowych w wielu dziedzinach fizyki. Zgodnie z równaniem na wolno zmienną obwiednię propagacja impulsów światła czyli inaczej pakietów falowych sprowadza się do prostych operacji na amplitudzie spektralnej impulsu. Przykładowo, jeżeli startujemy z impulsu $A(t, z = 0)$, to żeby znaleźć kształt obwiedni w punkcie z: $A(t, z)$ stosujemy następujące kroki: a) Robimy transformatę odwrotną $A(\omega) = \mathcal{F}(A(t))$ b) Mnożymy amplitudę spektralną przez czynnik fazowy zależny od częstotliwości: $A(\omega, z) = e^{i(k_0 - k(\omega))z}A(\omega, 0)$ c) Robimy transformatę odwrotną: $A(t, z) = \mathcal{F}^{-1}(e^{i(k_0 - k(\omega))z}A(\omega, 0))$.

5. *Zaimplementuj numerycznie w Mathematicę propagację impulsu o dowolnym kształcie (może być gaussowski) przy uwzględnieniu wyższych członów dyspersyjnych $\beta_n = d^n k/d\omega^n$. $n = 0$ odpowiada stałemu czynnikowi fazowemu. $n = 1$ jest odpowiedzialne z prędkość grupową. Co będzie gdy $\beta_n \neq 0$ tylko gdy $n = 2$ (ten człon odpowiedzialny jest za dyspersję prędkości grupowej). Spróbuj propagację gdy $\beta_n \neq 0$ tylko gdy $n = 3$ i wyższych członów. W praktyce obserwuje się zazwyczaj efekty tylko dla $n \leq 3$.

6. Spróbuj zrobić następującą symulację (bez problemu powinieneś policzyć to też na papierze): mamy dwa impulsy laserowe o tej samej obwiedni $A(t) = A_0 e^{-t^2/2\tau^2}$ ale o innych częstotliwościach nośnych: ω_1 i ω_2 odpowiednio. Ponieważ częstotliwości nośne są inne, impulsy będą miały inne prędkości grupowe $v_g = \beta_1^{-1}$. Zasymuluj „wyprzedzanie" dwóch impulsów. Narysuj moduł kwadrat amplitudy w funkcji czasu dla różnych odległości propagacji (użyj funkcji Manipulate, lub zrób animację). Wskazówka: Najprościej zrobić symulację czy obliczenia w układzie w którym jeden impuls spoczywa. Jak zinterpretujesz wynik?

7. Jaki będzie czas trwania gaussowskiego impulsu laserowego po przejściu przez szybę szklaną o grubości $d = 5$ mm. Długosc fali $\lambda = 800$ nm, początkowy czas trwania impulsu wynosi 30 fs. Współczynnik $\beta_2 = 30$ fs^2/mm dla szkła.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 5
Radek Chrapkiewicz

06.03.2013

Fale EM w przewodnikach

1. Wyprowadzić wzór na współczynnika załamania w metalu z modelu Lorentza.
2. Obliczyć współczynnik odbicia natężeniowego dla metalu w funkcji częstotliwości.
3. Jaka jest graniczna częstość radiowej komunikacji międzykontynentalnej? Gęstość ładunku w jonosferze w ciągu dnia wynosi $N = 1.23 \cdot 10^6\ cm^{-3}$.
4. Oblicz dla jakich długości fal srebrne lustro odbija światło (dane do obliczeń znajdź samodzielnie). Samodzielnie oblicz koncentrację nośników w srebrze.

Zadania domowe

1. Podaj ograniczenie na koncentrację ładunku w półprzewodniku, tak by mógł być ośrodkiem laserowym na długości fali 2 μm.
2. Udowodnij, że w przewodniku iloczyn prędkości grupowej i fazowej wynosi c^2.
3. Jaka musi być minimalna grubość lustra srebrnego, żeby dobrze odbijało światło?
4. Jeżeli fala wnikająca w przewodnik jest tłumiona (i to nawet gdy $\gamma = 0$), to dlaczego nie tracimy energii przy odbiciu?
5. Udowodnij twierdzenie Parsevala: $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{f}(\omega)|^2 d\omega$.
6. Udowodnij twierdzenie Wienera-Chinczyna (z wykładu).
7. *Zaproponuj jakościowo sposób dla którego można uzyskać w materiale ujemny współczynnik załamania.,
8. *(Mathematica) Przetestuj filtry górno i dolno przepustowe na dźwięku. Nagraj się, wczytaj jakąś piosenkę lub wygeneruj szum i zastosuj te filtry i odtwórz. (Dla leniwych) Dla dzwięku w postaci szumu możesz odtworzyć gotowy applet w Javie który realizuje wiele różnych filtrów: `http://www.falstad.com/dfilter/`
9. Narysuj współczynnik odbicia natężeniowego w przypadku gdy w modelu Lorentza $\gamma \neq 0$. Jakie fizyczne znaczenie ma stała γ w tym przypadku?

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 6

Radek Chrapkiewicz

07.03.2013

Propagacja w ośrodkach c.d.

1. Podaj wolno zmienną amplitudę $A(z, \omega)$ po przejściu przez ośrodek dielektryczny o polaryzacji $P(z, \omega)$.
2. Podaj, w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń amplitudę pola $A_P(z, \omega)$ wygenerowane tylko przez sam ośrodek dielektryczny o podatności χ.
3. Jaka jest relacja fazowa pomiędzy polem które wchodzi do dielektryka i polem które zostaje przez niego wypromieniowane? Podaj wzór ilościowy w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń.
4. Monochromatycznej fali o częstości ω_0 zmodulowano amplitudę funkcją $1 + \cos \omega_1 t$. Jakie jest widmo fali po modulacji?
5. Podaj opóźnienie fazowe pomiędzy światłem które przepropagowało się w próżni dla $0 < z < L$ i takim dla którego na drodze propagacji umieszczono płytkę szklaną o grubości d i współczynniku załamania n.
6. Podaj widmo impulsu $E(t)$, który przechodzi przez taką płytkę, której grubość zmieniamy periodycznie w czasie $d(t) = d_0(1 + \alpha \cos \omega_0 t)$. α jest małe.

Zadania domowe

1. Podaj funkcję modulacji amplitudy i funkcję modulacji fazy, tak by uzyskać tylko jedno pasmo boczne (w przeciwieństwie do czystej modulacji fazowej czy amplitudowej w której na widmie pasma boczne są zawsze dwa).
2. Na ćwiczeniach znaleźliśmy pole wyemitowane przez dielektryk (oscylującą polaryzację P) korzystając z przybliżonego rachunku (pierwszego rzędu rachunku zaburzeń). Podaj ścisły wynik na pole wyemitowane przez materiał o podatności elektrycznej χ.
3. * ***Jak uzyskać supercontinuum?*** `http://www.rp-photonics.com/supercontinuum_generation.html` Rozwiąż w sposób przybliżony, lub numerycznie równanie propagacji opisujące jeden z najprostszych efektów nieliniowych: samomodulację fazy:
$$\frac{\partial A(t,z)}{\partial z} = i\gamma |A(z,t)|^2 A(z,t)$$
Wskazówka: W pojedynczej iteracji potraktuj $|A(z,t)|^2$ jako stałą. To założenie jest dobre jeżeli będziesz propagował się o małe odległości Δz. Samomodulacja fazy działa tak jakbyśmy mieli materiał o współczynniku załamania zależnym od natężenia światła. Ile wynosi ten współczynnik załamania?

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 7

Radek Chrapkiewicz

13.03.2013

Zastosowanie transformaty Fouriera

1. Znajdź amplitudę oscylacji od czasu dipola o częstości własnej ω_0 i tłumieniu γ na który pada pole elenktyczne $E(t)$. Rozważ przypadki gdy $E(t)$ jest krótkie w czasie, jest długie, jest skończonej długości impulsem gaussowskim.

Prawo Snella

1. O ile skraca się łyżka gdy wkładamy ją do wody? Jak długość łyżeczki zależy od kąta pod którym na nią patrzymy? Jak zmienia się jej szerokość gdy włożymy ją do wody?
2. Wyjaśnij zjawisko okna Snella widzianego przez nurków pod wodą (patrz zdjęcia Google Grafika: *Snell window*).
3. Podaj pomniejszenie kątowe obrazu w oknie Snella w funkcji kąta patrzenia.
4. Zakładając jednorodne natężenie światła ponad wodą I_0 (w $\mathrm{W/rad^2}$) podaj natężenie światła widziane pod wodą $I(\varphi)$ w funkcji kąta patrzenia. Zaniedbaj odbicie od powierzchni wody.

Zadania domowe

1. Podaj gęstość prądu w funkcji czasu $j(t)$, wyindukowaną w przewodniku w którym pole elektryczne wynosi $E(t)$. Gęstość ładunku w przewodniku wynosi N, przewodność σ.
2. Udowodnij, że całkowita moc zaobserwowana przez nurka pod wodą jest równa całkowitej mocy wypromieniowanej ponad powierzchnią wody. Ile wynosi ta moc. (wg zad. 4 z ćwiczeń).
3. Jakie będzie przesunięcie wiązki laserowej po przejściu przez szklaną płytkę płaskorównoległą o współczynniku załamania n i grubości d umieszczoną pod kątem α do wiązki laserowej. Jakie efekty wystąpią jeszcze poza przesunięciem wiązki? Podaj transmisję przez płytkę w funkcji kąta nachylenia płytki najpierw w przybliżeniu bez uwzględnienia wielokrotnych odbić, potem z uwzględnieniem.
4. Rozważ pryzmat o kącie rozwarcia φ i padający na niego biały promień światła. Jaka będzie średnica kątowa rozszczepionej wiązki ugiętej jeżeli współczynnik załamania jest funkcją długości fali $n(\lambda)$? Podaj wynik w stopniach dla zwykłego szkła BK7 i diamentu (formuły Sellmeiera znajdź w internecie) [1].
5. Jaką średnicę kątową ma tęcza (chodzi o cały pierścień a nie o jego szerokość)? Jaka jest kolejność kolorów w tęczy? Wykonaj stosowne obliczenia. Ewentualne wskazówki [2].
6. * Oblicz szerokość kątową rozszczepienia światła w tęczy. Dane na temat dyspersji wody odnajdź samodzielnie.
7. * Jaką średnicę kątową ma czasem widoczny drugi łuk tęczy (tzn. szerokość kątową całego pierścienia)? Jaka jest kolejność kolorów? O ile mniejsze jest natężenie tej tęczy?
8. ***Propagacja w ośrodku nieliniowym. Dlaczego trudno jednak zrobić *supercontinuum*?** W poprzedniej serii zadań rozwiązywaliście równanie na samomodulację fazy. Rozwiązaniem był impuls o poszerzającym się widmie. W praktyce takie widmo nie poszerza się nieskończenie z tego względu iż dyspersja drugiego rzędu (czyli dyspersja prędkości grupowej) wydłuża impuls w czasie, zmniejsza natężenie i tym samym samomodulację fazy. Zbadaj jak szerokie widmo jesteś w stanie w praktyce wygenerować w szkle krótkim impulsem światła. W tym celu rozwiąż numerycznie równanie na propagacje:

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma|A|^2 A$$

Równanie często jest nazywane *nieliniowym równaniem Schroedingera* i można je rozwiązać kombinując tricki ze zwykłej propagacji liniowej (którą znasz od kilku ćwiczeń) oraz podejście którego użyłeś w poprzednich ćwiczeniach do rozwiązania czystego problemu samomodulacji fazy. Żeby połączyć oba podejścia stosuje się tzw. *Split-step Fourier method* [3-4].

Literatura

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/Sellmeier_equation

[2] R. Greenler, Tęcze, glorie i halo czyli niezwykłe zjawiska optyczne w atmosferze. Warszawa: Prószyński i S-ka, 1998. (Jak ktoś nie może zdobyć to może ode mnie odkserować.)

[3] *http://en.wikipedia.org/wiki/Split-step_method

[4] *G. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics. Academic Press, 2012, p. 648.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 8
Radek Chrapkiewicz

14.03.2013

1. Pokaż, że materiał o ujemnym współczynniku załamania działa jak idealna soczewka.
2. Pod jakim kątem należy robić zdjęcie gabloty szklanej w muzeum z filtrem polaryzacyjnym by skasować odbicie? Wyprowadź wzór na kąt Brewstera z prawa Snella.
3. Udowodnij, że kąt Brewstera jest zawsze większy niż kąt całkowitego wewnętrznego odbicia.
4. Przedstawić wzory Fresnela na granicy powietrze, ośrodek o współczynniku załamania n przy padaniu pod kątem θ. Rozważyć przypadki padania w dwie strony.
5. Rozwiązać dwuwymiarowe równanie falowe na granicy dwóch ośrodków dielektrycznych wykorzystując metodę separacji zmiennych.
6. Pokazać, że fala przy całkowitym wewnętrznym odbiciu zanika w ośrodku o mniejszym współczynniku załamania.

Zadania domowe

1. W jakim maksymalnym stopniu może zostać spolaryzowane światło odbite od idealnie płaskiej powierzchni wody. Średnica Słońca 1.4 mln km, odległość do Słońca 150 mln km. Jak wpłynie na stopień polaryzacji zafalowanie powierzchni (spróbuj zrobić oszacowania ilościowe).
2. Jak zmienia się faza wiązki odbitej w funkcji kąta dla dwóch różnych polaryzacji? Wypisz wzory na zmianę fazy przy całkowitym wewnętrznym odbiciu.
3. *Zrobić animację w Mathematice odbicia impulsu od dielektryka w 1 wymiarze.
4. *Pokazaliśmy, że przy całkowitym wewnętrznym odbiciu fala wnika w ośrodek o mniejszym współczynniku załamania. W związku z tym analizując falę odbitą możemy zaobserwować (jak?), że odbicie nastąpiło efektywnie nie na samej granicy pomiędzy ośrodkami tylko na płaszczyźnie za granicą ośrodków. Oblicz położenie tej płaszczyzny. Efekt przesunięcia nazywa się efektem Goosa–Hänchena.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 9
Radek Chrapkiewicz

20.03.2013

1. Wypisz równania Maxwella w materii.
2. Podaj ogólne warunki ciągłości pól na granicy dwóch materiałów.
3. Podaj warunki ciągłości pola E i B na granicy dwóch dielektryków.
4. W lewej półpłaszczyźnie ($z < 0$) $n(z) = n_0$ a w prawej $n(z) = 1$. Na granicę ośrodków pada płaska monochromatyczna fala o częstości ω pod kątem θ, takim, że fala ulega całkowitemu wewnętrznemu odbiciu. Znajdź pole elektryczne w całej przestrzeni. W tym celu rozwiąż równanie falowe przez separację zmiennych $E(z, x) = A(z)B(x)$. Znajdź warunki brzegowe dla funkcji A na granicy ośrodków, zakładając, że wektor pola elektrycznego skierowany jest w kierunku y.
5. Znajdź energetyczne współczynniki odbicia i transmisji z powyższego zadania. O ile zmieni się faza fali transmitowanej?
6. *Tunelowanie optyczne.* Wypisz warunki brzegowe i podaj schemat postępowania by znaleźć pole elektryczne w całej przestrzeni, gdzie w stosunku do warunków z zadania 4. dla $z > d$ światło wpada nam z powrotem do dielektryka $n(z) = n_0$.
7. Narysuj w Mathematicę natężenie i pole elektryczne w całej przestrzeni w funkcji odległości między dielektrykami d, kąta padania θ i długości wektora falowego k_0.

Zadania domowe

1. Znajdź wektor Poyntinga w całej przestrzeni w zagadnieniu całkowitego wewnętrznego odbicia z zadania 4. Pokaż, że energia „nie ucieka" z dielektryka.
2. Rozwiąż identyczne zagadnienie jak w zadaniu 4. zakładając, że mamy do czynienia z polaryzacją równoległą p.
3. Czy w zagadnieniu tunelowania optycznego (zad. 6 - 7) moglibyśmy znaleźć amplitudę fali pomiędzy dielektrykami z wzorów Fresnela, bez korzystania bezpośrednio z warunków brzegowych? Jeżeli tak, to jak?
4. Przy całkowitym wewnętrznym odbiciu zmienia się faza fali odbitej. O ile? Zmianie fazy możesz przypisać efekt Goosa – Hanchena: przy całkowitych odbiciach, gdzie pole zanika eksponencjalnie za powierzchnią odbijającą fala odbija się efektywnie od płaszczyzny położonej „dalej" niż sama granica między ośrodkami. O ile? (*Ponieważ odpowiedź poznasz z przesunięcia w fazie, będzie ona wyznaczona z dokładnością do wielokrotności 2π. Jak znaleźć bezwzględną wartość tego przesunięcia?)
5. * Rozwiąż zagadnienie tunelowania optycznego dla polaryzacji równoległej p i narysuj w Mathematice współczynniki transmisji, odbicia oraz pole elektryczne i natężenie w funkcji z. Narysuj mapę wektorową wektorów Poyntinga w całej przestrzeni.
6. *Pokaż granicę stosowalności analogii pomiędzy zagadnieniami tunelowania optycznego i rozwiązywania optycznych równań falowych na granicy ośrodków a równaniem Schroedingera. Jakie wielkości fizyczne są sobie odpowiadające? Kiedy rozwiązania w optyce będą identyczne jak w mechanice kwantowej a kiedy nie?

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 10
Radek Chrapkiewicz

21.03.2013

1. Wyjaśnij zjawisko tęczy, naszkicuj bieg promieni od słońca do obserwatora i określ kolejność barw w tęczy, wiedząc, że dyspersja w wodzie jest normalna.

2. Znajdź rozwiązania równania falowego w dwóch wymiarach w ośrodku w którym $n(z) = n_1$ dla $z < -a,\ z > a$ oraz $n(z) = n_2,\ -a < z < a$. Załóż postać pola elektrycznego $E(x,z) = A(z)B(x)$ oraz, że polaryzacja pola E skierowana jest wzdłuż osi y. Znajdź rozwiązania związane, czyli takie, które zanikają dla $|z| \gg a$.

Zadania domowe

1. Na ćwiczeniach przyjęliśmy ogólne rozwiązanie wewnątrz światłowodu w postaci $A(z) = A_2 e^{ik_z z} + A_3 e^{-ik_z z}$. Bez uciekania się do wsparcia Mathematiki znajdź „ręcznie" rozwiązania w dwóch niezależnych przypadkach gdy wewnątrz światłowodu $A(z) = A_2 \sin k_z z$ i osobno $A(z) = A_3 \cos k_z z$. Pokaż, że dostajesz identyczne związki na κ i k_z jak na ćwiczeniach.

2. Na ćwiczeniach dostaliśmy jednorodny układ równań na A_i, którego rozwiązanie nie daje bezwzględnych wartości współczynników A_i. Podaj dodatkowy warunek normujący, który pozwoli na znalezienie A_i przy założeniu, że całkowite natężenie fali biegnącej w światłowodzie wynosi I_0.

3. Rozwiąż identyczne zagadnienie jak w zadaniu 2 z ćwiczeń przy założeniu, że pole magnetyczne (a nie elektryczne) skierowane jest wzdłuż osi y. Porównaj otrzymane mody. Rozwiązania które otrzymaliśmy na ćwiczeniach to tzw. mody TE (*transverse electric*) jako zadania domowe znajdziesz mody TM *(Transverse magnetic)*.

4. * Jeżeli zaobserwowałbyś trzeci łuk tęczy, to gdzie i o jakiej średnicy kątowej?

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 11
Radek Chrapkiewicz

26.03.2013

1. Na jaką odległość należy nastawić ostrość w starym aparacie (nie w telefonie komórkowym) żeby zrobić ostre zdjęcie siebie w lustrze?
2. Jaka musi być minimalna wysokość lustra byś zobaczył się w nim w całości?
3. Lustro paraboliczne ma powierzchnię opisane w przekroju krzywą $y = ax^2$. Udowodnij, że powierzchnia ta skupia bezaberracyjnie skolimowaną wiązkę światła. Ile wynosi ogniskowa tego lustra?
4. Ile wynosi ogniskowa lustra sferycznego o promieniu krzywizny R?

Zadania domowe

1. Znajdź równanie powierzchni (wystarczy podać w przekroju) lustra wypukłego, który skolimowaną wiązkę światła odbije tak, że promienie będą się rozchodziły od punktu, bez aberracji.
2. Znajdź równanie powierzchni szkła (wystarczy podać w przekroju), która obrazuje bez aberracji punkt w nieskończoności tzn. z punktowego źródła światła tworzy wiązkę idealnie skolimowaną.
3. Światło słoneczne zostało odbite przez maleńkie zwierciadło płaskie o wymiarach 2 x 2 mm. Jaki jest kształt oświetlonego obszaru na ekranie a) w odległości 1 cm b) w odległości 2 m o zwierciadła.
4. Podaj przykład obiektu/instrumentu realizującego obrót obrazu o dowolny kąt.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 12
Radek Chrapkiewicz

03.04.2013

1. Pokaż, że obraz w ognisku soczewki jest dwuwymiarową transformatą Fouriera, innymi słowy w ognisku soczewki można obserwować tzw. dalekie pole. Jak należy skalibrować położenie w ognisku na wektory k_x?

2. Jakiej soczewki lepiej użyć, o krótkiej czy długiej ogniskowej by rozpalić ognisko w pogodny dzień, bez zapałek ? Oblicz realne natężenie światła, które jesteś w stanie uzyskać za pomocą przeciętnej lupy, zakładając, że do ziemi dochodzi 1 kW/m^2. Jak skaluje się natężenie światła w ognisku z liczbą $f/\#$ (*f-number*) soczewki?

3. Apertura numeryczna światłowodu wynosi NA = 0.1. Jaką maksymalną moc światła słonecznego jesteś w stanie wpuścić do światłowodu a) 1 modowego (średnica rdzenia 10 μm) b) wielomodowego (średnica rdzenia 60 μm). Rozważ typowe soczewki. Jak wynik skaluje się z średnicą i ogniskową soczewki?

4. Wyprowadź macierz ABCD dla najprostszej transformacji optycznej – przejścia przez pustą przestrzeń.

Zadania domowe

1. Żarówka energooszczędna (matowa) emituje 10 W światła. Średnica żarówki wynosi 10 cm. Ile maksymalnie możesz wpuścić światła do typowego światłowodu jednomodowego (patrz zad. 3). Jaki układ obrazujący zastosujesz?

2. Podaj argumenty za tym, że wpuścimy dokładnie tyle samo światła ze źródła rozciągłego i niespójnego zarówno przytykając końcówkę światłowodu do źródła jak i stosując układ obrazujący.

3. Zaproponuj szybką i dokładną metodę zmierzenia ogniskowej soczewki w warunkach polowych (czyli np. na kolokwium ;)). Rozważ soczewkę skupiającą i rozpraszającą.

4. W jakich granicach zmienia się ogniskowa soczewki w ludzkim oku?

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 13
Radek Chrapkiewicz

04.04.2013

1. Wyprowadź macierz ABCD dla cienkiej soczewki o ogniskowej f, bazując na znanych ci jej właściwościach.
2. Zmierz ogniskową soczewki, którą dostałeś od prowadzącego.
3. Jaki kształt uzyskasz gdy spróbujesz uzyskać obraz małego świecącego punktu za pomocą przekrzywionej soczewki? Sprawdź! Jakie aberracje są tu widoczne?
4. Jaka będzie ogniskowa układu składającego się z dwóch cienkich soczewek o ogniskowych f_1 i f_2.
5. Zmierz metodą z zadania 2 ogniskową dwóch soczewek rozdanych przez prowadzącego.
6. Czy możesz zobaczyć gołym okiem obraz rzeczywisty? Jeżeli tak za pomocą soczewki stwórz i zobacz gołym okiem obraz prowadzącego, kolegi itp. i wymyśl sposób na zlokalizowanie jego położenia.
7. Znajdź macierz ABCD układu: pusta przestrzeń o długości x, soczewka o ogniskowej f i pusta przestrzeń o długości y. Jaki warunek muszą spełniać x, y, f by zaszło obrazowanie, kolimowanie lub ogniskowanie?
8. Jakie jest położenie i rozmiar obrazu gdy obiekt jest w odległości $2f$ od soczewki?
9. Jakie jest położenie i rozmiar obrazu gdy obiekt znajduje się w odległości f od początku układu składającego się z dwóch soczewek o ogniskowych f w odległości $2f$.
10. Jaka jest różnica pomiędzy dwoma układami opisanymi w zadaniach 8 i 9? Oblicz macierze ABCD dla obu układów.

Zadania domowe

1. W układach f+$2f$+f oraz układzie $2f$+$2f$ z zadań 8-10 rozważaliśmy tylko właściwości transformacyjne dla dwóch różnych położeń. Rozważ właściwości obu układów w ogólniejszym sensie, również dla punktów sąsiednich. W tym celu znajdź macierz ABCD dla powyższych układów gdzie punkt przed układem i za układem są przesunięte o δx i δy odpowiednio.
2. Dysponujesz dwoma soczewkami o ogniskowej f. Jedną soczewkę ustawiasz w odległości f od obiektu. Drugą ustawiasz w odległości d od pierwszej soczewki. Znajdź położenie i powiększenie poprzeczne obrazu w funkcji d.
3. * Według obliczeń, układ afokalny taki jak $f + 2f + f$ powinien również dawać obrazy rzeczywiste dla pewnych odległości obiektu od układu. Weź dwie identyczne soczewki i spróbuj zrobić obrazowanie na ekranie za pomocą takiego układu. W jakim zakresie odległości może znajdować się obiekt byś zobaczył obraz?

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 14
Radek Chrapkiewicz

10.04.2013

1. Najprostszy teleskop to układ afokalny składający się z dwóch soczewek o ogniskowych f_1 i f_2. Jaka musi być odległość między tymi soczewkami, by układ był afokalny? Jakie jest powiększenie kątowe takiego układu? Jak musimy zmodyfikować układ, jeżeli jedną soczewkę zastąpimy soczewką rozpraszającą o przeciwnej ogniskowej. Jaka jest ogniskowa tego układu? Jakie jest powiększenie kątowe w zależności od tego z której strony patrzysz?
2. Zbuduj i przetestuj teleskop z użyciem soczewek rozdanych przez prowadzącego.
3. Soczewka w oku ma zdolność akomodacji umożliwiającą na widzenie z minimalnej odległości d, typowo 25 cm. W jakim zakresie odległości jesteś w stanie oglądać przedmioty przez lupę o ogniskowej f przytkniętą do oka?
4. Za pomocą lupy od prowadzącego wykonaj wykonaj prosty test w którym zobaczysz, że położenie obrazu w lupie jest w $-\infty$.
5. Jakie powiększenie uzyskamy za pomocą lupy o ogniskowej f? Zdefiniuj ściśle problem, stwórz model i zbadaj od jakich parametrów zależy powiększenie obiektu, które widzisz gołym okiem.
6. Narysuj schemat mikroskopu i teleskopu. Czym się od siebie różnią?
7. Jaką ogniskową powinien mieć obiektyw mikroskopu. Krótką czy długą? A jaką obiektyw teleskopu?
8. (**Jeżeli nie było Cię na ćwiczeniach to doświadczenie przeprowadź koniecznie sam w domu lub przyjdź do mnie to dam Ci soczewki!**) Zbuduj i przetestuj mikroskop z użyciem soczewek rozdanych przez prowadzącego. Użyj dwóch soczewek o krótkich ogniskowych. W efekcie powiększenie które uzyskasz powinno być na tyle duże, że zobaczysz np. strukturę papieru.

Zadanie domowe

1. Jakie jest powiększenie kątowe obiektu widziane ludzkim okiem gdy obraz powstaje przy użyciu lupy w reżimie w którym lupa daje obraz odwrócony? Jak to powiększenie zależy od różnych odległości które występują w układzie? Porównaj model z doświadczeniem.
2. Ogniskowe okularu i obiektywu w mikroskopie wynoszą f_1 i f_2. Znajdź powiększenie mikroskopu w funkcji odległości pomiędzy soczewkami d.
3. W mikroskopie z poprzedniego zadania, średnice soczewek wynoszą odpowiednio D_1 i D_2. Oblicz jasność (tą wielkość zdefiniuj samodzielnie) widzianego obrazu w funkcji powiększenia mikroskopu.
4. (**Gdy przeliczysz raz to zadanie zrozumiesz większość istotnych zagadnień występujących w złożonych układach optycznych**). Rozważ dwie soczewki o ogniskowych f_1, f_2 i średnicach D_1, D_2. Odległość między soczewkami wynosi d. a) Znajdź efektywną ogniskową układu b) Czy ta ogniskowa zależy od orientacji układu? c) Znajdź położenie płaszczyzn głównych, czyli płaszczyzn od których liczy się długość ogniskową soczewki. d) Znajdź położenie punktów głównych. (Jeżeli przez jeden punkt główny przechodzi promień pod kątem θ, to w drugim kącie głównym ten promień będzie propagował się pod tym samym kątem. e) Znajdź położenie i wielkość źrenicy wejściowej i wyjściowej.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 15
Radek Chrapkiewicz

11.04.2013

1. Znajdź powiększenie i położenia obrazów odbitych od soczewek rozdanych przez prowadzącego. Dobierz samodzielnie sensowne zmienne od której zależą szukane wielkości, oraz samodzielnie znajdź lub wyznacz brakujące dane.
2. Udowodnij, że układ obrazujący ma te same długości ogniskowe przednie i tylne.
3. Znajdź położenie płaszczyzn głównych dla dowolnego układu obrazującego opisanego macierzą ABCD.
4. Znajdź punkty kardynalne w teleobiektywie składającym się z soczewki skupiającej i rozpraszającej o ogniskowych f_1 i $-f_2$.

Zadania domowe

1. Udowodnij, że układ składający się z cienkiej soczewki od której następuje odbicie od tylnej warstwy (zadanie 1 z ćwiczeń) jest równoważny układowi soczewka – lustro – soczewka o tych samych promieniach krzywizn. W tym celu znajdź ogniskową układu soczewka – lustro – soczewka oraz układu w którym masz ugięcie na granicy szkło powietrze, potem odbicie (bez załamania) oraz znowu ugięcie na granicy szkło powietrze. Możesz posłużyć się rachunkiem macierzy ABCD.
2. Masz do dyspozycji taśmę mierniczą, lupę, taką jak na ćwiczeniach, o której nic nie wiesz i rozciągłe źródło światła (np. lampa czy świetlówka). Zainspirowany zadaniem 1 z ćwiczeń zaproponuj metodę wyznaczenia współczynnika załamania szkła wykonując tylko pomiary odległości i prowadząc obserwacje gołym okiem obrazów pozornych utworzonych przez odbicia od lupy.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 16
Radek Chrapkiewicz

17.04.2013

Michelson-Morley, detekcja homodynowa i OCT

1. Jak zmienia się natężenie w porcie wyjsciowym w interferometrze Michelsona Morleya w funkcji różnicy odległości pomiędzy ramionami?

2. Jak w bezwzględny sposób ustawić interferometr Michelsona-Morleya tak by długości ramion były identyczne, za pomocą spektrometru i impulsu laserowego? Z jaką dokładnością jesteś w stanie to zrobić, jeżeli impuls ma długość w czasie τ?

3. Jak zmierzyć małą amplitudę pola elektrycznego? Pokaż, że nakładając na siebie fale o słabej amplitudzie ε i silną falę o amplitudzie E, obie o tej samej częstości ω, można zmierzyć amplitudę ε mierząc widzialność prążków interferencyjnych dla różnych opóźnień fazowych φ pomiędzy polami.

4. Jak za pomocą interferometru Michelsona-Morleya i lasera impulsowego można wyznaczyć nieznane położenia słabo odbijających lub rozpraszających warstw próbki? Znajdź widmo zarejestrowane przez spektrometr przy nałożeniu na siebie silnej wiązki referencyjnej i słabych jej kopii tzn. odbić od warstw na głębokościach d_n z amplitudowymi współczynnikami odbicia r_n.
   `http://en.wikipedia.org/wiki/Optical_coherence_tomography`

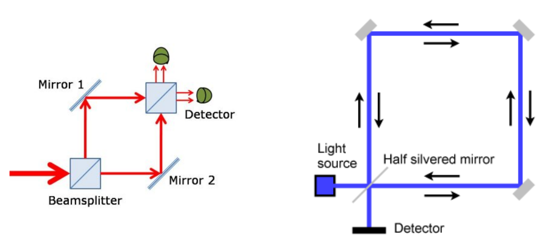
Zadania domowe

1. W interferometrze Michelsona-Morleya światło wychodzi nie tylko do detektora, ale wraca również w kierunku źródła. Znajdź natężenie światła które propaguje się w kierunku źródła (tzn. przez port wejściowy). Jaka jest suma natężenia tego światła i światła na detektorze (z zadania 1 z ćwiczeń)? Jak zależy od różnicy długości ramion?

2. Do interferometru Michelsona-Morleya z detektorem w postaci pojedynczej fotodiody wpuszczono światło o nieznanym widmie. Znajdź natężenie na fotodiodzie w funkcji różnicy długości ramion i zaproponuj efektywny sposób na pomiar widma światła za pomocą tego interferometru.

3. Interferometr Macha-Zendera jest modyfikacją interferometru Michelsona-Morleya w którym lustra ustawione są pod kątem 45°, a światła odbite od nich pada na kolejną płytkę światłodzielną. Znajdź natężenie światła w obydwu portach wyjściowych interferometru w funkcji arbitralnego opóźnienia fazy pomiędzy dwoma drogami, którymi może przejść światło (takie opóźnienie fazy może w prosty sposób zostać wprowadzone przez płytkę szklaną, która wydłuży drogę optyczną w jednym z ramion.
   `http://en.wikipedia.org/wiki/Mach%E2%80%93Zehnder_interferometer`

4. Interferometr Sagnaca jest z kolei prostą modyfikacją interferometru Macha-Zendera w którym płytkę światłodzielną portu wejściowego zastępuje się kolejnym lustrem pod kątem 45°, które zawraca wiązki z obu ramion do tego samego portu wejściowego. Jeżeli teraz w jedno z ramion interferometru wsadzisz płytkę szklaną opóźniającą wiązkę przezeń przechodzącą w fazie o φ, to jakie będzie natężenie w detektorze w funkcji φ. W jaki sposób mógłbyś uzyskać interferencję destrukcyjną w tym procesie?



Rysunek 1: Interferometr Macha-Zendera (po lewej) i Sagnaca (po prawej).

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 17
Radek Chrapkiewicz

18.04.2013

1. Znajdź macierz transformacji pól wchodzących dla płytki światłodzielnej i pokaż, że taka płytka musi realizowac transformację unitarną pól wejściowych.

Fabry-Perot

1. Zbadaj jak bardzo można zawęzić linię lasera za pomocą interferometru Fabry-Perot o długości L i współczynniku odbicia natężeniowego R luster. Wyznacz FSR, szerokość połówkową linii i *finesse*.

2. Jakie jest natężenie we wnętrzu interferometru FP?

3. Krótki impuls światła o polu elektrycznym $E(t)$ wchodzi do interferometru Fabry-Perot zbudowanym z dwóch luster o wpsółczynniku odbicia R i odległości L. Znajdź widmo i pole elektryczne w czasie na wyjściu z interferometru.

Zadania domowe

1. Ile wynosi średni czas życia impulsu we wnęce o znanym *finesse*?

2. Podaj średni czas życia światła we wnęce i o ile zwiększy się natężenie w środku wnęki oraz jaka jest szerokość pojedynczego piku transmisji wnęki o *finesse* 50 i długości 11 mm. Interferometru o takich parametrach używamy w laboratorium m. in. do wyfiltrowania szerokopasmowej emisji spontanicznej z lasera. Układ działa tak, że przepuszcza światło wąskopasmowego lasera a tłumi podkład emisji spotnatnicznej o szerokim widmie. Ile wynosi ten współczynnik tłumenia?

3. Interferometr Fabry-Perota zbudowany jest z dwóch wklęsłych luster o ogniskowych f. W jakiej odległości L powinny być te lustra, żeby każdy promień wpuszczony do środka wnęki nie uciekł z niego? Rozważ promień na powierzchni jednego z luster propagujący się pod arbitralnym kątem θ, pokaż, że dla pewnego zakresu odległości między tymi lustrami, odległość tego promienia od osi układu jest skończona, nawet dla nieskończonej liczby odbić.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 18
Radek Chrapkiewicz

24.04.2013

Siatka dyfrakcyjna

1. Masz do dyspozycji 10 wiązek laserowych. Jakie maksymalne natężenie światła jesteś w stanie uzyskać nakładając je na siebie? Rozważ te same fazy, lub losowe relacje fazowe pomiędzy wiązkami. *Coherent Beam combining.*

2. Podaj natężenie pola składającego się z N nałożonych fal, każde przesunięte w fazie φ w stosunku do poprzedniej fali. $E_n = E_0 e^{i\omega t} e^{in\varphi}$. Narysuj amplitudę w funkcji φ.

3. Na siatkę dyfrakcyjną o rysach w odległości d, pod kątem prostym pada krótki impuls światła o czasie trwania τ i częstotliwości nośnej ω_0 ($E(t) = E_0 e^{-t^2/2\tau^2} e^{i\omega_0 t}$). Znajdź szerokość kątową pierwszego rzędu ugięcia.

4. Wyjaśnij pozorny paradoks: na siatkę dyfrakcyjną pada krótki impuls w czasie, który ma szerokie widmo. Siatka dyfrakcyjna rozdziela w przestrzeni różne składowe spektralne. Z drugiej strony wiesz, że fala monochromatyczna trwa nieskończenie długo. Czy mamy do czynienia z sytuacją w której z krótkiego w czasie impulsu w czasie, ugięcie ma nieskończoną długość w czasie i zaczyna się zanim impuls doleci do siatki?

5. Na siatkę pada impuls laserowy: $E(t) = E_0 e^{-t^2/2\tau^2} e^{i\omega_0 t}$. Wiązka lasera oświetla prostopadle N rys siatki w odstępach d. Znajdź czas trwania sygnału w czasie zarejestrowanego pod różnymi kątami w pierwszym rzędzie ugięcia (uwzględnij skończoną rozdzielczość kątową siatki).

6. Komentarz: wykorzystanie układu siatek dyfrakcyjnych jako kompresora impulsów (kompensacja dyspercji prędkości grupowej). Patrz zadania domowe.

Zadania domowe

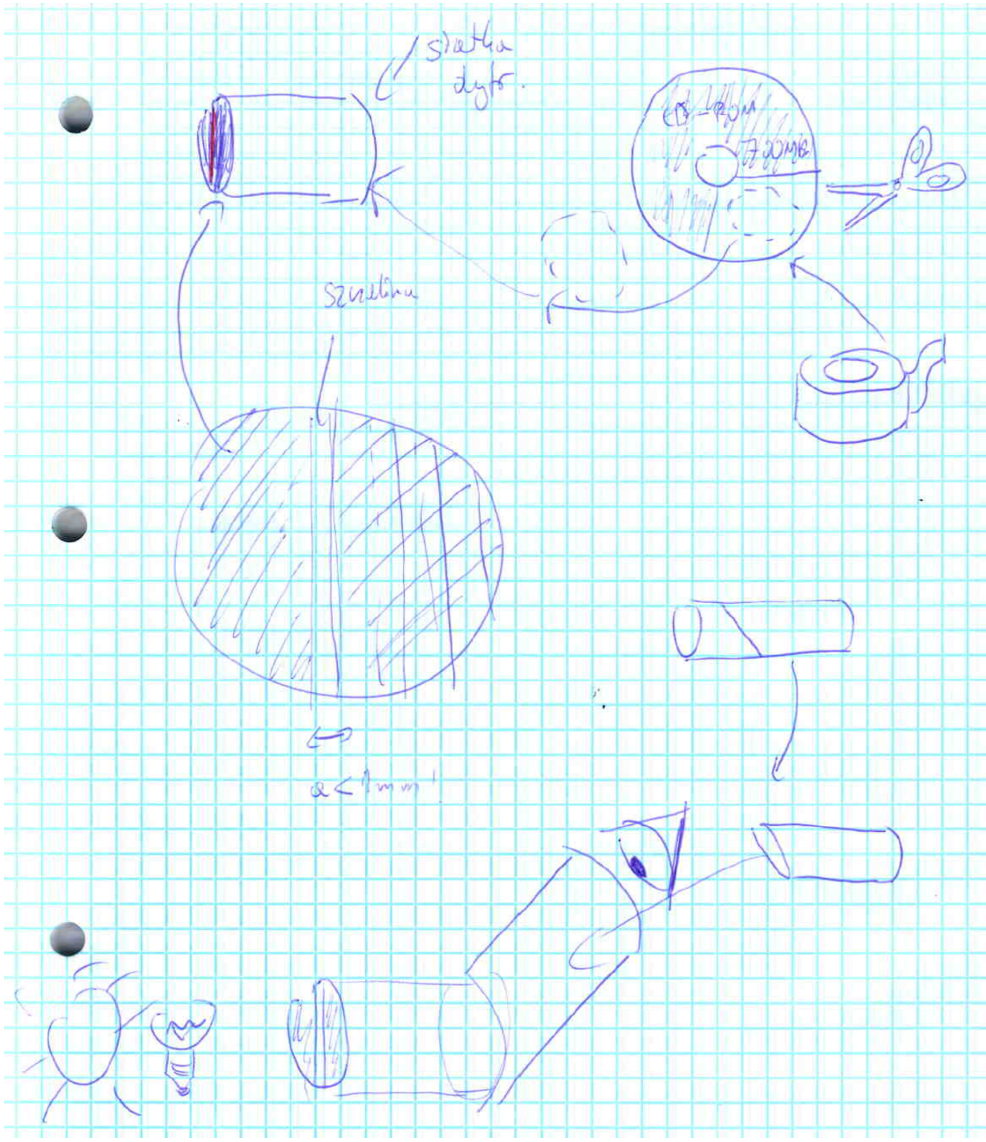
1. Który kolor bardziej ugina się na siatce dyfrakcyjnej a który na pryzmacie?

2. Po co w spektrometrze szczelina wejściowa?

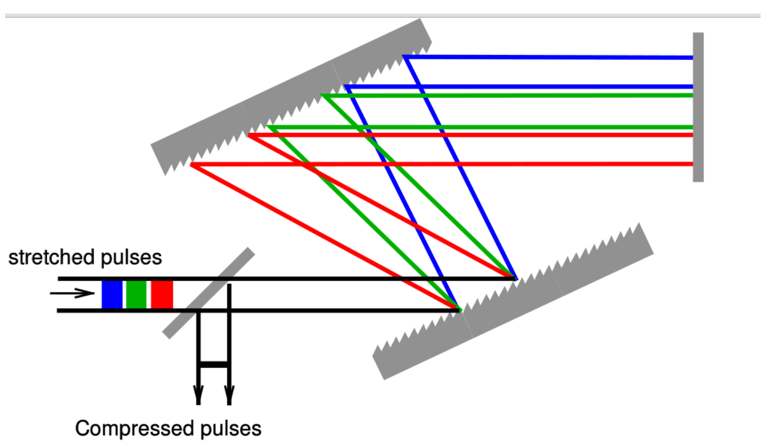
3. **Spektrometr.** Prosty spektrometr składa się z następujących elementów: szczeliny o szerokości a, dwóch soczewek o ogniskowych f, siatki dyfrakcyjnej o odległościach pomiędzy rysami d i detektora np. w postaci kamery CCD / ekranu itp. Zaprojektuj spektrometr z wykorzystaniem tych elementów: w jakich kolejności powinny się znajdować poszczególne elementy? Pod jakimi kątami? W jakich odległościach? Wyznacz rozdzielczość Twojego spektrometru, w szczególności jak zalezy od a, wielkości siatki i rozdzielczości kamery CCD.

4. **Zrób to sam - spektroskop na płycie CD.** Rys. 1. Potrzebne części: płyta CD, nożyczki, czarna taśma izolacyjna, szeroka taśma klejąca, rurka z kartonu lub pianki (po papierze toaletowym, do izolacji rur itp.). Na wejściu do rurki zrób szczelinę z dwóch bardzo bliskich, równoległych kawałków taśmy izolacyjnej, zaklej otwór tak by tylko szczelina przepuszczała światło. Za pomocą szerokiej taśmy klejącej oderwij nalepkę z płyty CD (po kawałku, dobrze na początek zrobić rysę, wtedy lepiej się odrywa). Z oberwanego - przeźroczystego kawałka płyty CD wytnij kółko o średnicy twojej rurki i przymocuj do 10 cm od szczeliny. Spektroskop prawie gotowy. Jako soczewkę wyjściową posłużymy się naszym okiem. Dla ułatwienia proponuję dopasować jeszcze drugi kawałek rurki równoległy do 1 rzędu ugięcia. Jak spektroskop dobrze działa to powinieneś rozdzielić ostro np. różne linie świetlówki. Uwaga pamiętaj o tym by dobrze zorientować siatkę względem szczeliny! Alternatywny sposób wykonania: `http://sci-toys.com/scitoys/scitoys/light/cd_spectroscope/spectroscope.html`

5. ***Kompresor siatkowy.** Impuls laserowy ograniczony fourierowsko (np. $E(t) = E_0 e^{-t^2/2\tau^2} e^{i\omega_0 t}$) po przejściu przez szkło w wyniku liniowej dyspersji wydłuża się. Efekt ten omawialiśmy na początku semestru - dyspersja prędkości grupowej, która wynika z parametru $\beta_2 = d^2k/d\omega^2|_{\omega=\omega_0}$ w dielektryku, typowo o wartości 30 fs^2/mm dla szkła. Żeby z wydłużonego impulsu z powrotem zrobić impuls krótki bardzo często stosuje się tzw. kompresję. Na Rys. 2 przedstawiony jest schemat prostego kompresora siatkowego – fale krótkie (niebieskie) pokonują krótszą drogę niż te czerwone. Oblicz parametry kompresora składającego się z dwóch siatek 1000 linii/mm, który skompensuje dyspersję prędkości grupowej po propagacji przez 1 m światłowodu $\beta_2 = 30$ fs^2/mm. Znajdź odległość pomiędzy siatkami oraz ich kąt nachylenia. Czy odległość i kąt to nie za dużo stopni swobody do skompensowania jednego parametru? Jak można w takim razie wykorzystać taką swobodę?



Rysunek 1: Spektroskop - zrób to sam!



Rysunek 2: Kompresor siatkowy.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 19
Radek Chrapkiewicz

25.04.2013

Interferencja w przestrzeni, optyka fourierowska, dalekie pole, hologramy

1. Student na pracowni w interferometrze Michelsona-Morleya przekrzywił jedno lustro pod kątem α w stosunku do dobrego ustawienia. Znajdź wzór interferencyjny na ekranie. Jaki jest okres prążków, jeżeli długość fali lasera wynosi λ? Jak zmieni się obraz jeżeli jedno lustro przesuniemy o odległość d?

2. Podaj natężenie światła na ekranie umieszczonym w odległości R od źródła fali kulistej, która interferuje z falą płaską padającą prostopadle na ekran. Amplituda pola elektrycznego obu fal w punkcie na ekranie w którym fronty falowe są równoległe wynosi E_0. Znajdź pole w małych odległościach od tego punktu w porównaniu do odległości źródła od ekranu tzn. $x \ll R$.

3. Fala płaska pada prostopadle na klin optyczny o kącie łamania θ i współczynniku załamania n. Pod jakim kątem zostanie ugięta? Wynik znajdź zarówno w formaliźmie optyki falowej jak i z prawa Snella. Taki klin wprowadza liniową fazę przestrzenną.

4. Znajdź natężenie światła po przejściu przez folię z nadrukowanymi kreskami, takimi, że amplitudowy współczynnik transmisji wynosi $t(x) = \sin^2(Kx/2)$.

5. Jakie będzie natężenie światła po przejściu przez siatkę która moduluje amplitudę funkcją prostokątną? `http://mathworld.wolfram.com/FourierSeriesSquareWave.html`

6. Żeby zrozumieć jak działa hologram zacznijmy od najprostszego przykładu. Fala płaska pada prostopadle na kilszę fotograficzną. Druga fala płaska pada pod kątem α. Interferujące fale tworzą wzór który naświetla się na kliszy. Jeżeli teraz zaświecimy znowu na tą samą, wywołaną już kliszę, ale tylko jedną prostopadłą wiązką to co wyjdzie za siatką?

7. A co się stanie gdy stworzymy na kliszy fotograficznej interferogram powstały z nałożenia fali płaskiej i rozbieżnej, sferycznej. Co się stanie gdy zaświecimy teraz falą płaską?

Komentarz: Hologramy to tak naprawdę takie siatki dyfrakcyjne, tyle, że o zmiennej gęstości prążków i ich kierunku. Zobaczcie, że lokalnie na hologramie zapisuje się wzór interferencyjny od fali płaskiej i fali odbicia, która zawsze lokalnie jest falą płaską. Wzór interferencyjny będzie zawierał informację o kącie i kierunku fali odbitej od obiektu, w tym konkretnym miejscu kliszy. Dlaczego? Zobaczcie na zadanie 6. z ćwiczeń. Gęstość prążków mówi o kącie pomiędzy wiązkami (np. kąt θ w układzie sferycznym), a ich orientacja (mogą być obrócone) o kierunku z którego nadchodzi fala (kąt φ w układzie sferycznym). Te dwie wielkości, tłumaczymy na dwa kąty (θ, φ), które w pełni definiują nam kierunek w przestrzeni wektora falowego. Jeżeli teraz zaświecimy falą płaską na naszą kliszę, to lokalnie w pierwszym rzędzie ugięcia dostaniemy początkowy wektor falowy, fali odbitej od obiektu. Globalnie fala, która ugnie się na hologramie będzie miała identyczne fronty falowe jak fala początkowo odbita/rozproszona od obiektu - dlatego da pełne, trójwymiarowe złudzenie, że obiekt znajduje się za hologramem.

Polecam dobry artykuł z wikipedii: `http://en.wikipedia.org/wiki/Holography`

Zadania domowe

(ponieważ to ostatnie ćwiczenia przed kolokwium daję wam więcej zadań do przećwiczenia, również z wcześniejszych tematów)

1. Student na pracowni ustawia interferometr Michelsona-Morleya z wiązką rozbieżną (kulista fala rozchodząca się z punktu w odległości R od jednego z luster. Znajdź wzór interferencyjny na ekranie. Jak zmieni się obraz jeżeli jedno lustro przesuniemy o odległość d?

2. Fala płaska pada na płaską stronę soczewki płaskowypukłej o ogniskowej f. Jak zmieni się front falowy po przejściu przez soczewkę? W jakim kształcie są powierzchnie frontu falowego, jaką mają krzywiznę i gdzie znajduje się środek krzywizny? Wykonaj obliczenia stosując przybliżenie przyosiowe.

3. Na ćwiczeniach dałem wam do przetestowania filtry interferencyjne. Zmieniając kąt patrzenia przez taki filtr zmieniał się kolor obiektu za. Wyjaśnij to zjawisko posługując się modelem interferometru Fabry-Perrot o dwóch płaskich lustrach. Jak zmienia się długość fali transmitowanej w funkcji kąta nachylenia interferometru Fabry-Perrot?

4. W odległości D od interferometru Fabry-Perrot znajduje się źródło monochromatycznej fali kulistej o długości λ. Interferometr Fabry-Perrot składa się z dwóch luster płaskich w odległości L o współczynniku odbcia R. Podaj wzór interferencyjny, który powstanie na ekranie zaraz za interferometrem.

5. Matówka to taka chropowata szybka, która rozprasza światło padające we wszystkich kierunkach. Jak w języku fourierowskiej optyki falowej należy opisać matówkę?

6. Transmisyjną siatkę dyfrakcyjną można wykonać na dwa sposoby. Możesz rysować kreski czymś co absorbuje, albo np. zmieniać grubość materiału czy jego współczynnik załamania, tak, że zmienia się tylko faza. Pokaż, że jeżeli periodyczność modulacji jest taka sama zarówno w siatce absorpcyjnej jak i fazowej, to kierunki ugięć będą takie same. Jaka zatem będzie różnica w działaniu obu siatek?

7. Masz możliwość zmieniania grubości i absorpcji przeźroczystego materiału. Dzięki temu możesz zrobić siatkę dyfrakcyjną absorbcyjną, fazową, lub pośrednią. Zaproponuj taką modulację grubości i transmisji natężeniowej w przestrzeni by siatka dyfrakcyjna produkowała tylko jeden rząd ugięcia (czyli świecąc na taką siatkę wiązka się tylko ugnie. Nic nie przejdzie na wylot, nic nie ugnie się pod innymi kątami).

8. Klin optyczny o kącie łamania θ i współczynniku załamania n umieszczono tuż przed soczewką. Klin jest mniejszy niż soczewka i dlatego gdy oświetlono układ falą płaską prostopadłą do powierzchni soczewki to część światła przeszła przez klin i soczewkę a część światła tylko przez soczewkę. Co zobaczysz na ekranie w odległości ogniskowej od soczewki?

9. Dwie wiązki (z tego samego lasera o znanym parametrach) skrzyżowano pod kątem θ. W miejscu przecięcia na ekranie powstanie pewien wzór interferencyjny $I(x)$. Następnie zabrano ekran, a za skrzyżowanymi wiązkami postawiono teleskop o dwóch soczewkach o ogniskowych f_1 i f_2. Co zobaczysz za teleskopem na ekranie?

*Problemy dodatkowe - dla ambitnych[1]

1. Udowodnij na podstawie układu z zadania 9., że macierz ABCD musi mieć wyznacznik 1, żeby zachowywać energię przy przejściu przez układ optyczny.

2. Przed interferometrem Fabry-Perrot składającym się z dwóch płaskich luster umieszczono matówkę, a za interferometrem soczewkę. Matówkę oświetlono jednorodne światłem o znanym widmie. znajdź wzór na ekranie w odległości ogniskowej od soczewki.

3. Siatki dyfrakcyjne potrafią mieć wydajność ugięcia w 1 rzędzie rzędu 90% - są to tzw siatki typu *blaze angle,* wykonane z materiału o bardzo dużym współczynniku odbicia. Zaproponuj kształt takiej siatki, znajdź jej optymalne ustawienie i oblicz wydajność ugięcia w 1 rzędzie.

[1] Ambitny student to taki, który aspiruje na ocenę bardzo dobrą.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 20
Radek Chrapkiewicz

08.05.2013

1. Pokaż, że fala sferyczna spełnia skalarne równanie Helmholtza.
2. Na podstawie zasady Huygensa i korzystając z wyników poprzedniego zadania wyprowadź wzór na pole elektryczne po przepropagowaniu się na odległość L za otworem w płaszczyźnie $z = 0$. Załóż, że znasz postać pola w tej płaszczyźnie: $E(x, y, 0)$.
3. Znajdź stałą normalizacyjną w całce Fresnela wyprowadzonej w poprzednim zadaniu. Skorzystaj z faktu, że dyfrakcja na nieskończonym otworze jest równoważna propagacji fali płaskiej.
4. Znajdź pole elektryczne i natężenie światła na osi za dyskiem o średnicy a korzystając z przybliżenia Fresnela przy oświetleniu płaską monochromatyczną falą. Wykonując ten rachunek w najprostszy sposób przekonasz się o pochodzeniu słynnej *plamki Arago*.
5. Wykorzystując rachunki z poprzedniego zadania podaj pole elektryczne na osi za *otworem* kołowym o średnicy a. Podaj pole w funkcji odległości od środka otworu L.
6. Pokaż, że dla otworka o małej średnicy natężenie światła maleje proporcjonalnie do $1/L^2$, identycznie jak w fali sferycznej.
7. Przeanalizuj jak będzie się zmieniać pole na osi lub w konkretnym punkcie osi, w funkcji wielkości średnicy otworka. Zobacz, że poszerzanie otworu dodaje nam kolejne strefy Fresnela, z których fale kolejno dodają się w fazie i odejmują, tworząc minima i maksima natężenia światła.
8. W prosty sposób możemy dopuścić tylko te strefy Fresnela, z których światło będzie interferowało konstruktywnie w określonym punkcie. Przykładowo, przez nadrukowanie na kawałek folii odpowiedniej maski, można przepuszczać światło tylko z wąskich promieni o kolejnych promieniach r_n. Taka maska nazywa się płytką strefową Fresnela i może działać jak soczewka. Jeżeli interferencja konstruktywna przy oświetleniu monochromatycznym ma zajść w odległości f od płytki strefowej, jakie będą promienie kolejnych pierścieni r_n? Więcej o płytkach m.in. na wikipedii: `http://pl.wikipedia.org/wiki/P%C5%82ytka_strefowa` i dalej w zadaniach domowych.

Zadania domowe

1. Przed dyskiem o promieniu a, w odległości D umieszczono źródło fali sferycznej o długości fali λ. Znajdź pole i natężenie światła na osi za dyskiem.
2. Na ćwiczeniach obliczyliśmy, że kolejne pierścienie w płytce strefowej Fresnela powinny mieć promienie: $r_n \simeq \sqrt{n\lambda f}$. Czy warunek interferencji konstruktywnej na osi zajdzie tylko w odległości f od płytki? Jeżeli nie, to w jakich innych odległościach nastąpi ogniskowanie?
3. Tworzenie płytki z wąskich pierścieni jest bardzo niefektywne ponieważ tracimy bardzo dużo światła. Zaproponuj jaką szerokość powinny mieć pierścienie płytki strefowej by działała efektywnie? Zaproponuj sensowne kryterium efektywności.
4. Znajdź pole na osi za maską o amplitudowym współczynniku transmisji $t(r) = \cos(kr^2)$.

Literatura

Poniżej ciekawe artykuły na temat płytek strefowych, które powstały po warsztatach licealistów z KFnrD w minionych latach:

1. `http://ultrafast.fuw.edu.pl/publications/ajp_2008.pdf`
2. `http://mimuw.edu.pl/delta/artykuly/delta2010-05/2010-05-swiatlo.pdf`

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 21
Radek Chrapkiewicz

09.05.2013

1. Rozwiąż równanie falowe na propagacje pola elektrycznego wzdłuż osi z, przy założeniu wolno zmiennej obwiedni i postaci pola elektrycznego $E(x, y, z)e^{ikz}$.
2. Udowodnij, że powyższe rozwiązanie z wykorzystaniem metody fourierowskiej jest w przybliżeniu równe całce dyfrakcyjnej Fresnela.
3. Udowodnij, że w dalekim polu czyli przy dyfrakcji Fraunhofera obserwujemy transformatę Fouriera pola wchodzącego z pewnym czynnikiem fazowym. Skorzystaj z metody fazy stacjonarnej.
4. Znajdź natężenie światła daleko za prostokątem o wymiarach $a \times b$.
5. Znajdź natężenie światła daleko za otworem o średnicy a.
6. Jak zmienia się szerokość wzoru dyfrakcyjnego od szczeliny gdy szczelinę zawężamy?
7. Zobacz implementację dyfrakcji metodą fourierowską w bliskim polu w Mathematice. Zobacz dyfrakcję na otworach kołowych, kwadracie oraz zobacz, że wiązka gaussowska nie zmienia swojego profilu podczas propagacji.
8. Weź od prowadzącego małą przysłonę, małą dziurkę o średnicy 30 μm. Zobacz, że świecąc przez otwory wiązką laserową możesz zobaczyć prążki Airy'ego czyli zobaczyć jak wygląda funkcja jinc na żywo.

Zadania domowe

1. **Jakiej grubości jest twój włos?** Wykonaj samodzielnie następujące doświadczenie. Wyrwij sobie włosa, rozciągnij to pomiędzy dwoma przedmiotami, przymocuj za pomocą taśmy klejącej i zaświeć w niego wskaźnikiem laserowym. Na podstawie obrazu dyfrakcyjnego oblicz grubość włosa.
2. Zaimplementuj samodzielnie i/lub skorzystaj ze skryptów napisanych przeze mnie do fourierowskiej metody znajdowania obrazów dyfrakcyjnych w bliskim polu. a) Zobacz jak powstaje plamka Arago. b) Zobacz jakiej dyfrakcji podlega wiązka gaussowska, która w jednym kierunku jest dużo węższa niż innym. c) Zaimplementuj dyfrakcję na otworze trójkątnym. d)* Zaimplementuj dyfrakcję na periodycznym wzorze (np. otwory trójkątne na siatce prostokątnej). Zaobserwuj *efekt Talbota* tzn. po jakiejś odległości początkowy wzór pola odtworzy się.
3. Sprawdź numerycznie w Mathematice, że pierwsze zero funkcji $\mathrm{jinc}(x)$ wypada w punkcie $x_0 = 1.22\pi$. Wyprowadź kryterium Rayleigha na rozdzielczość kątową w obrazowaniu soczewką o średnicy D, $\Delta\theta = 1.22\lambda/D$.
4. Znajdź wielkość plamki powstającej na siatkówce w oku dla koloru zielonego. Ludzkie oko ma średnicę ok. 24 mm, źrenica otwiera się w granicach 3-8 mm. Porównaj wielkość plamki na siatkówce z wielkością czopka (0.5 - 4 μm).
5. Oświetlono jednorodnie soczewkę o ogniskowej f i średnicy D monochromatyczną falą płaską. Znajdź rozkład natężenia w płaszczyźnie ogniskowej.
6. *Udowodnij, że pole elektryczne, które w płaszczyźnie $z = 0$ określonej jest wzorem: $E(r, \varphi) = E_0 J_0(Kr)$, gdzie J_0 to funkcja Bessela zerowego rzędu, nie zmienia swojego kształtu podczas propagacji, czyli nie podlega dyfrakcji. Czy wiązki Bessela mogą istnieć w przyrodzie, tzn. czy da się je idealnie wytworzyć?
7. *Zaproponuj doświadczalną metodę tworzenia wiązki Bessela. Wskazówka: zobacz z jakich przestrzennych składowych spektralnych składa się taka wiązka.
8. ***Efekt Talbota.** Udowodnij, że periodyczny wzór przestrzenny, np. otworki na periodycznej dwuwymiarowej siatce w bliskim polu odtworzy się w odległości $z_T = 2d^2/\lambda$, gdzie d to okres przestrzenny wzoru maski.
9. ***Zakręcające, bezdyfrakcyjne wiązki Airego.** Okazuje się, że jeżeli wiązka światła jest opisana w przekroju funkcją Airy'ego (znajdź w internecie) to podczas propagacji również nie zmienia swojego kształtu, a co więcej zakręca i przyspiesza! Temat jest świeży i analityczne rozwiązania równań Maxwella oraz implementacje doświadczalnej powstały zaledwe w 2012 roku. Zachęcam do zapoznania się z artykułami i zrozumienia jak to działa, czy i gdzie jest pogwałcona zasada zachowania pędu. Gdy ktoś był bardziej zainteresowany zapraszam do realizacji takich wiązek u nas w labie – sprzęt jest :)

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 22
Michał Nawrot, (Radek Chrapkiewicz)

16.05.2013

1. Wiązka Gaussowska ma profil w przewężeniu $E_0 \exp(-r^2/w_0^2)$. Znajdź pole elektryczne w odległości z od przewężenia.
2. Pokazać, że wiązka gaussowska ma następującą postać:

$$E(r,z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\Big(- \frac{r^2}{w^2(z)} - ik\frac{r^2}{2R(z)} - ikz + i\zeta(z)\Big)$$

   Znaleźć $w(z)$, $R(z)$ oraz $\zeta(z)$ i zinterpretować. Wyrazić gdzie się da wszystko przez zasięg Rayleigha.
3. Jaka jest rozbieżność takiej wiązki gaussowskiej?
4. Jaki jest maksymalny promień krzywizny wiązki gaussowskiej? Dla jakiej odległości propagacji występuje?
5. Pokazać, że w zasięgu Rayghleigha wiązka gaussowska zachowuje się prawie jak fala płaska, poza zasięgiem prawie jak fala kulista.
6. Interferometr Fabry-Perrot składa się z dwóch luster - jedno płaskie, drugie o ogniskowej f w odległości L. Znaleźć mod podstawowy takiego rezonatora.
7. Jaką średnicę będzie miała plamka z lasera na Księżycu?

Zadania domowe

Z racji zastępstwa zadania domowe z wiązek gaussowskich, będą zadane po kolejnych ćwiczeniach.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 23
Radek Chrapkiewicz

20.05.2013

Wiązki Gaussowskie

1. Pokazać, że rozwiązaniem przyosiowego równania Helmholtza jest wiązka paraboliczna czyli przybliżenie przyosiowe fali sferycznej. Przy zamianie zmiennych $z \to z + iz_R$ dostajemy pole elektryczne wiązki gaussowskiej $A(\rho, z) = A/q(z)\ \exp(-i\rho^2/2q(z))$
2. Jaka jest interpretacja $q(z)$ oraz $1/q(z)$?
3. Skąd pochodzi faza Goya? Zobaczyć, że podobną fazę zmienną w kierunku propagacji można uzyskać interferując dwie fale płaskie pod kątem. Wyznaczyć tą fazę.
4. Jak soczewka zmienia parametr q wiązki gaussowskiej?
5. Jak propagacja zmienia parametr q wiązki gaussowskiej?
6. Podać przepis na propagację wiązki gaussowskiej przez układ opisywany macierzą ABCD.
7. Pokazać, że jeżeli soczewkę wstawimy przewężenie to: $w_0' = w_0/\sqrt{1 + (z_R/f)^2}$ a przewężenie powstanie w odległości $y = f/(1 + (f/z_R)^2)$ od soczewki.

Zadania domowe (z 2 ostatnich ćwiczeń)

W niektórych z poniższych zadań domowych dość sporo jest prostych obliczeń algebraicznych. Proponuję skupić się na wnioskach i fizyce, a obliczenia do poniższych zadań przeprowadźcie w Mathematice.

1. Wyznacz transformatę Fouriera pola wiązki gaussowskiej o parametrze q.
2. Dwa jednomodowe światłowody o średnicy rdzenia a znajdują się w odległości d od siebie. Co zobaczysz na ekranie w dużej odległości D od światłowodów? Co się stanie jeżeli jeden światłowód przekręcisz o mały kąt θ?
3. Na ekranie nałożono dwie identyczne wiązki gaussowskie. Kierunki propagacji wiązek nachylone są pod małym kątem θ, odległość od przewężeń wiązek wynosi L. Podaj natężenie światła na ekranie. Jakie będzie natężenie, gdy odległości od przewężeń nie będą identyczne? Napisz skrypt w Mathematice do oglądania interferencji wiązek gaussowskich o różnych parametrach pod kątami.
4. Wiązka Gaussowska ma przewężenie w_0 w odległości x od soczewki o ogniskowej f. W jakiej odległości y powstanie przewężenie za soczewką? Wyprowadź równanie soczewki dla wiązek gaussowskich, analogiczne do tego z optyki geometrycznej. Dla jakich z_R równanie to odtwarza równanie optyki geometrycznej?
5. Wiązka z czerwonego wskaźnika laserowego ma w przewężeniu w_0 =2 mm. Zaproponuj realistyczny układ optyczny, który pozwoli sprząc taką wiązkę do światłowodu o średnicy modu podstawowego 6 μm. Dlaczego podaję średnicę modu podstawowego, a nie np. tylko średnicę rdzenia?
6. W optyce geometrycznej, jeżeli źródło jest w odległości f od soczewki to za soczewką otrzymujemy falę skolimowaną. Wiemy, że dla wiązek gaussowskich nie ma takiego pojęcia i każda wiązka gaussowska ma swoje przewężenie. Gdzie zatem znajdzie się przewężenie za soczewką?
7. Dlaczego wiązki laserowe o parametrze $M^2 > 1$ rozbiegają się szybciej niż wiązki gaussowskie? Jaka jest fizyczna przyczyna?
8. Wróć do obliczeń z ćwiczeń nt. dyfrakcji gdzie wyprowadzaliśmy metodą Fourierowską dyfrakcję Fresnela. Przeanalizuj kroki postępowania i zobacz w którym miejscu pojawiają się tam wiązki gaussowskie (oraz w którym miejscu znikają).

9. *(**Prawdziwy problem laboratoryjny!**) W moim układzie doświadczalnym na kamerze obserwuję dalekie pole pewnego obszaru w którym generuję fotony. Gdyby fotony były emitowane w modach przestrzennych będących falami płaskimi, fotony o różnych kierunkach propagacji padałyby na inne obszary kamery, które odpowiadałyby tym konkretnym kątom. Moje fotony emitowane są jednak modach przestrzennych o skończonych rozmiarach, które mogę przybliżyć za pomocą wiązek gaussowskich. Znajdź układ optyczny składający się z 2 soczewek, który jednocześnie zapewni mi, że wszystkie wiązki gaussowskie o przewężenie w $z = 0$, będą również miały przewężenie na kamerze, oraz kamera będzie obrazowała dalekie pole obszaru wokół $z = 0$. Jaka musi być macierz ABCD takiego układu? Jakie będzie powiększenie takiego układu (tzn. kalibracja kąt - położenie na sensorze kamery).

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 24
Radek Chrapkiewicz

20.05.2013

1. Znajdź wektor polaryzacji i natężenie światła po przejściu przez N polaryzatorów ustawionych pod kątami $\Delta\alpha = \alpha/N$ w stosunku do poprzedzającego polaryzatora. Znajdź pole w granicy $N \to \infty$.
2. Podaj wektory Jonesa dla polaryzacji liniowych, liniowych ukośnych i kołowych. Pokaż, że są to 3 ortonormalne bazy.
3. Sparametryzuj wektor Jonesa za pomocą 2 parametrów rzeczywistych θ, φ. Pokaż, że jest to ogólna parametryzacja wektora w $\mathbb{C}^2$, unormowanego i z dokładnością do globalnej fazy.
4. Znajdź na sferze Poincare punkty odpowiadające poszczególnym polaryzacjom wektorów bazowych z zadania 2.
5. Znajdź macierze Jonesa (wypisane w bazie polaryzacji liniowych) dla płytki półfalowej i ćwierćfalowej oraz polaryzatora.
6. Znajdź macierze koherencji $\langle \mathbf{E}\mathbf{E}^\dagger \rangle$dla wszystkich wektorów bazowych z zadania 2.
7. Znajdź macierz koherencji $\langle \mathbf{E}\mathbf{E}^\dagger \rangle$dla ogólnego wektora Jonesa sparametryzowanego przez θ, φ.
8. Rozłóż tak sparametryzowaną macierz koherencji na sumę 4 macierzy: i $\langle \mathbf{E}\mathbf{E}^\dagger \rangle = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}(s_0\mathbf{1} + s_1\sigma_1 + s_2\sigma_2 + s_3\sigma_3)$, gdzie $s_i,\ i = 1, 2, 3$ odpowiada współrzędnym x, y, z na sferze Poincare.
9. Podaj macierz koherencji dla światła całkowicie niespolaryzowanego. Gdzie w kuli Poincare znajduje się taki stan polaryzacji?

Zadania domowe

1. Światło ma stan polaryzacji określony macierzą koherencji $\langle \mathbf{E}\mathbf{E}^\dagger \rangle$. Jaki będzie współczynnik transmisji tego światła przez polaryzator w kierunku określonym przez wersor $\mathbf{e}$?
2. Cukier rozpuszczony w wodzie ma taką własność, że wprowadza opóźnienie fazowe między składowymi polaryzacji kołowymi $\circlearrowright$ i $\circlearrowleft$. Jak będzie transformowała się polaryzacja liniowa i eliptyczna po przejściu przez taki ośrodek?
3. Znajdź wektory własne macierzy Pauliego.
4. *Jaki kierunek pola elektrycznego ma wiązka Bessela na osi?
5. *Jaką polaryzacje mają wiązki Lagerra-Gaussa niosące moment pędu? Poszukaj w internecie.
6. *Zaproponuj sposób na wytworzenia wiązki o polaryzacji radialnej, czyli takiej gdzie polaryzacja jest lokalnie liniowa, ale jej kierunek zawsze jest skierowany w kierunku osi propagacji.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 25
Radek Chrapkiewicz

22.05.2013

1. Znajdź macierz transformacji płytki półfalowej, której oś optyczna obrócona jest o kąt α. O jaki kąt obróci się polaryzacja liniowa bądź eliptyczna?
2. Znajdź analogiczną macierz transformacji dla ćwierćfalówki.
3. Jakiej transformacji na sferze Poincare odpowiada przejście przez płytkę półfalową? Jak należy rozumieć transformację polaryzacji na sferze Poincare w której osie płytki falowej są obrócone? Jakie trajektorie na sferze Poincara powstają przy transformacji przez płytkę półfalową?
4. Jaką postać na sferze Poincare ma transformacja płytki ćwierćfalowej?
5. Mam pewną polaryzację eliptyczną. Czy za pomocą jednej płytki ćwierćfalowej jestem w stanie przeprowadzić jej stan do polaryzacji kołowej? Jeżeli tak to jak? Jeżeli nie to jak bardzo można się zbliżyć do polaryzacji kołowej?
6. Czy za pomocą płytki ćwierćfalowej i półfalowej mogę przeprowadzić polaryzację eliptyczną w kołową? A w liniową?
7. Czy za pomocą dwóch płytek ćwierćfalowych mogę dowolną eliptyczną polaryzację przeprowadzić w polaryzację kołową?
8. Jakiej najmniejszej ilości płytek falowych i jakich muszę użyć, żeby zmienić dowolną polaryzację w inną?
9. Podaj efektywny algorytm, który pokazuje, za pomocą płytki ćwierćfalowej, półfalowej i ćwierćfalowej można dokonać dowolnej transformacji polaryzacji.
10. Jak działa izolator Faradaya?
11. Filtrowanie spektralne - jak działa filtr Lyota?

Zadania domowe

W zadaniach domowych z tej serii proponuję posłużyć się wizualizacją w Mathematice załączoną na stronie, albo globusem, jeżeli macie.

1. Znaleźć wektory własne płytki półfalowej obróconej pod kątem θ. Co reprezentują te wektory własne?
2. Jak z parametrów θ i φ można wyznaczyć stopień polaryzacji liniowej χ i obrót polaryzacji ψ? Podaj relację pomiędzy tymi parametrami.
3. Czy płytka półfalowa i ćwierćfalowa może być ustawiona w dowolnej kolejności by uzyskać ten sam efekt tzn. by można by można było osiągnąć te same stany polaryzacji zmieniając tylko ich kąty.
4. Masz wskaźnik laserowy i typowe wyposażenie domowe (nie laboratoryjne). Jak stwierdzić w jakim kierunku jest spolaryzowany ten laser?
5. Masz do dyspozycji 1 polaryzator typu Polarizing Beam Splitter (PBS) i płytkę ćwierćfalową, 1 miernik mocy i 1 lustro. Jak ustawić idealną polaryzację kołową za pomocą tych przyrządów?
6. * Jak stwierdzić czy światło jest spolaryzowane prawo czy lewo skrętnie? Zaproponuj doświadczenie w którym stwierdzisz jaka jest skrętność polaryzacji. Wszystkie przyrządy są dozwolone.
7. W praktyce nigdy nie mamy do czynienia z idealnymi płytkami falowymi. Zazwyczaj ich opóźnienie fazowe tylko w przybliżeniu wynosi π czy $\pi/2$. W szczególności ponieważ płytki falowe wykonane są z materiałów dwójłomnych, których grubość podlega rozszerzalności termicznej, opóźnienie fazowe zmienia się zauważalnie nawet jak w laboratorium temperatura zmieni się o 1° C Jak osiągnąć stan idealnej polaryzacji kołowej za pomocą nieidealnej płytki półfalowej i ćwierćfalowej startując z polaryzacji liniowej? Czy teraz kolejność płytek falowych ma znaczenie? Jak w praktyce stwierdziłbyś, że ustawiłeś już polaryzację kołową?

8. Pokaż, że dowolne dwie polaryzacje można przetransformować w siebie za pomocą jednej płytki falowej, której opóźnienie fazowe Γ i kąt obrotu α możemy dowolnie zmieniać.

9. Znajdź rodzinę trajektorii na sferze Poincare przy transformacji typu aktywność optyczna (opóźnienie fazowe pomiędzy dwoma składowymi polaryzacji kołowych). Czy jest jakaś różnica pomiędzy ośrodkiem aktywnym optycznie a płytką półfalową?

10. Płytkę półfalową zerowego rzędu, zaprojektowaną na długość fali λ_0 ustawiono pomiędzy dwa skrzyżowane polaryzatory. Polaryzatory oświetlono światłem białym. Podaj widmo światła za układem.

11. *Czy za pomocą dwóch płytek ćwierćfalowych można dokonać dowolnej transformacji jednego stanu polaryzacji w drugi? Uzasadnij, jeżeli tak lub nie.

12. *Pokaż, że dowolny stan polaryzacji, również dla polaryzacji częściowej, jest mieszaniną statystyczną pewnych dwóch ortogonalnych polaryzacji $\mathbf{J_1}$i $\mathbf{J_2}$. Wtedy stan polaryzacji można przedstawić w postaci $\langle \mathbf{E}\mathbf{E}^{\dagger} \rangle = p_1 \mathbf{J_1}\mathbf{J_1}^{\dagger} + p_2 \mathbf{J_2}\mathbf{J_2}^{\dagger}$, gdzie p_1 i p_2 to prawdopodobieństwa $p_1 + p_2 = 1$.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 26
Radek Chrapkiewicz

23.05.2013

1. Podaj równanie falowe na pole $\mathbf{E}$ w ośrodku anizotropowym.
2. Pokaż, że w ośrodku dwójłomnym wektor Poyntinga skierowany jest pod innym kątem niż wektor falowy.
3. Wywnioskuj z równania falowego jakie są kąty pomiędzy wektorami $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{k}$, $\mathbf{S}$.
4. Oblicz kąt dryfu (*walk-off*) czyli kąt pomiędzy wektorem falowym $\mathbf{k}$ a wektorem Poyntinga $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ w ośrodku jednoosiowym, przy założeniu, że wektor falowy jest pod kątem θ do osi kryształu.
5. W jednoosiowym krysztale dwójłomnym fala spolaryzowana liniowo pada na powierzchnie pod arbitralnym kątem do kierunku osi optycznej kryształu. Wyznacz kierunki polaryzacji promienia zwyczajnego i nadzwyczajnego. Rozważ przypadki szczególne: wektor falowy prostopadły do osi i równoległy, oraz ogólny przypadek.
6. Jaki jest współczynnik załamania światła w funkcji kąta $n_e(\theta)$ w jednoosiowym krysztale dwójłomnym?
7. Dla jakich kierunków propagacji nie będzie *walk-offu?*
8. Dla jakich kierunków propagacji współczynnik załamania będzie taki sam dla promienia zwyczajnego i nadzwyczajnego?
9. Gdzie w płytkach falowych znajduje się oś kryształu?
10. Pokaż, że kąt dryfu wiązki, która ma skończony rozmiar poprzeczny, można obliczyć korzystając z rozwinięcia szeregu Taylora $k_z(k_x)$. W szczególności dryf opisany jest liniowym członem $\partial k_z/\partial k_x|_{k_x=0} k_x$ w rozwinięciu a dyfrakcja członem kwadratowym.

Zadania domowe

1. Prześledź samodzielnie wyprowadzenie wzoru $k_x^2/n_e^2 + k_y^2/n_o^2 = k_0^2$ startując z równania falowego w ośrodku anizotropowym (patrz slajdy z wykładu lub wikipedia: *birefringence*).
2. Dla jakiego kąta pomiędzy wektorem falowym a osią kryształu *walk-off* będzie największy?
3. Dlaczego dla ustalonego kąta pomiędzy wektorem falowym a osią kryształu fala o jednej polaryzacji propaguje się z innym współczynnikiem załamania niż fala o polaryzacji ortogonalnej?
4. Dlaczego współczynnik załamania zależy od kąta tylko dla jednej polaryzacji a dla drugiej jest stały?
5. Wiązka światła w krysztale jednoosiowym niezależnie od polaryzacji propaguje się bez *walk-offu* w kierunku wzdłuż osi optycznej oraz we wszystkich kierunkach w płaszczyźnie prostopadłej do osi optycznej . Dla jakich kierunków wektora falowego wiązka światła propaguje się bez *walk-offu* w krysztale dwuosiowym $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$?
6. Żeby wyrobić sobie trochę więcej intuicji w zjawisku dwójłomności zrozum jak działają polaryzatory krystaliczne skonstruowane z kawałków kryształów dwójłomnych: Wollaston, Rochon, Glan–Taylor, Glan–Thompson. Schematy znajdziesz na wikipedii (linki poniżej). Żaden z tych typów polaryzatorów, nie korzysta bezpośrednio ze zjawiska *walk-offu.* Zaproponuj konstrukcję polaryzatora, opartego na tym zjawisku.

http://en.wikipedia.org/wiki/Wollaston_prism
http://en.wikipedia.org/wiki/Rochon_prism
http://en.wikipedia.org/wiki/Glan%E2%80%93Taylor_prism
http://en.wikipedia.org/wiki/Glan%E2%80%93Thompson_prism

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 27
Radek Chrapkiewicz

29.05.2013

1. Wyprowadź równanie propagacji w zjawisku generacji II harmonicznej. Zastosuj przybliżenie wolno zmiennej obwiedni. Napisz równanie na propagację obwiedni pompy oraz obwiedni generowanej II harmonicznej.
2. Rozwiąż równanie propagacji przy założeniu, że pompa jest nie osłabiana i że spełniony jest warunek dopasowania fazowego.
3. Rozwiąż równanie propagacji przy niedopasowaniu fazowym.
4. Zaproponuj konfigurację eksperymentu w którym dopasowanie fazowe jest spełnione.
5. Podaj szkic rozwiązania sprzężonej pary równań propagacji na obwiednie pompy i generowanego światła II harmonicznej bez dodatkowych założeń o tym, że moc pompy się nie zmienia. Teraz mamy do czynienia z nieliniowym układem równań różniczkowych, który można rozwiązać tylko numerycznie.
6. Pokaż, że dla małej odległości propagacji gdzie można napisać przybliżone rozwiązanie analityczne układu równań z zadania 6 energia jest zachowana.
7. Podaj jakie inne procesy mieszania częstości są możliwe przy nieliniowości II rzędu.
8. Podaj równanie na propagację pola z uwzględnieniem nieliniowości III rzędu gdzie nowo powstała fala ma tą samą częstość nośną co fala wejściowa (nielinowość Kerra).

Zadania domowe

1. Żeby lepiej zrozumieć ideę dopasowania fazowego, rozważcie następujący problem. Przez ośrodek – kryształ rozciągający się od $z = 0$ do $z = L$ propaguje się fala pompująca $A(z,t) = A_0 \exp(i\omega t - ik(\omega)z)$. Każdy punkt kryształu stanowi nowe źródło fali II harmonicznej o pewnej amplitudzie. Na przykład w chwili czasu t' i punkcie z' powstanie fala o amplitudzie i fazie $dB_0 \exp(i\varphi(t', z'))$, gdzie faza powstałej fali będzie zgodna z fazą fali pompującej: $\varphi(z', t') = i\omega t' - ik(\omega)z'$. Z drugiej strony fala II harmonicznej propaguje się w trochę inny sposób - ma inny wektor falowy i inną częstotliwość. W związku z tym amplituda fali będzie ewoluowała w następujący sposób: $dB(z,t) = dB_0 \exp(i2\omega t - ik(2\omega)z + i\varphi(z', t'))$. Zobacz teraz jaka będzie amplituda fali na wyjściu z kryształu tzn. $B(L) = \int_0^L dB$. Zobacz, że tylko gdy współczynniki załamania dla częstotliwości A i B są równe, to tylko wtedy przyczynki do amplitudy dB zsumują się do czegoś dużego, w innych przypadkach zajdzie interferencja destruktywna - to jest właśnie dopasowanie fazowe.
2. Równanie na propagację pompy o obwiedni A i światła II harmonicznej o obwiedni B można zapisać w następującej formie:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i\zeta B A^*$$

$$\frac{\partial B}{\partial z} = i\zeta A^2$$

Ten układ można przedstawić w formie wektorowej:

$$\frac{\partial}{\partial z}\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = i\zeta \begin{pmatrix} 0 & A^*(z) \\ A(z) & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$$

Znajdź przybliżone analityczne rozwiązanie dla małej odległości propagacji $z \to z + \Delta z$ w którym macierz można potraktować jak stałą (przybliżenie jest tym lepsze im Δz mniejsze).
3. * Powyższy układ równań opisuje w zdegenerowany proces mieszania 3 fal. W szczególności może opisać zjawisko wzmocnienia parametrycznego w którym jeżeli fala o częstotliwości dwukrotnie większej B zostanie nieliniowo zmieszana z falą A, to nastąpi wzmacnianie fali A. Pokaż, że to wzmocnienie zależy od różnicy faz pomiędzy falą A i B. Uwaga: ta właściwość z klasycznej optyki nieliniowej ma bezpośredni związek z produkcją tzw. stanów ściśniętych w optyce kwantowej, ale również za pomocą efektu wzmocnienia parametrycznego w ośrodku z nieliniowością II rzędu.

4. Równanie propagacji z nieliniowością III rzędu typu Kerra przy braku liniowych efektów dyspersyjnych ma następującą postać:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i\gamma|A|^2 A$$

Rozwiąż to równanie w przybliżony sposób, traktując w małym kroku propagacji $|A|^2$ jak stałą. Sprawdź jak wraz z propagacją zmienia się widmo impulsu gaussowskiego $A(z = 0, t) = A_0 e^{-t^2/2\tau^2}$. Żeby uzyskać wzór analityczny przybliż funckję gaussa jej rozwinięciem Taylora do II rzędu.

5. * W analogiczny sposób jak w poprzednim zadaniu rozważ propagację w przestrzeni wiązki gaussowskiej która wchodzi do ośrodka z nieliniowością Kerra. Pokaż, że nastąpi zjawisko samoogniskowania oraz oblicz efektywną ogniskową powstałej soczewki w zależności od parametrów wiązki wchodzącej, stałej γ i długości ośrodka.

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 28
Radek Chrapkiewicz

5.06.2013

1. Wstęp: podaj równanie Schroedingera. Wyjaśnij interpretację poszczególnych wyrazów oraz funkcji falowej ψ.
2. Wypisz równanie Schroedingera w 1 wymiarze. Wypisz odpowiadające mu matematycznie równanie na propagację impulsu w ośrodku z liniowa dyspersją II rzędu (dyspersja prędkości grupowej). Jakiego rozwiązania spodziewasz się
3. Rozwiąż równanie Schroedingera w pustej przestrzeni: $V(x) = 0$. Załóż, że początkowy kształt funkcji falowej to pakiet gaussowski.
4. Na podstawie powyższego zadania wypisz nierówność na iloczyn szerokości rozkładu położenia i pędu – szczególny przypadek zasady nieoznaczoności Heisenberga.
5. Rozseparuj zmienne w równaniu Schrodingera i równaniu falowym w elektrodynamice. Pokaż, że analogiczne równania prowadzą do analogicznych zagadnień: tunelowanie, jama potencjału, bariera potencjału, fala ewanescentna.
6. Jakiej superpozycji stanów odpowiada stan polaryzacji liniowej pojedynczego fotonu? Analogia do wektorów Jonesa.
7. Którędy pojedynczy foton wyjdzie z interferometru Macha-Zendera o ramionach o równych długościach?
8. Jaka jest jakościowa różnica pomiędzy singletowym stanem splątanym $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\updownarrow\rangle - |\updownarrow\leftrightarrow\rangle)$ a źródłem światła, które wysyła pary fotonów o prostopadłych polaryzacjach liniowych, pionowej i poziomej lub pionowej i poziomej (zawsze na przemian). W przypadku drugiego źródła nie wiemy z którą parą mamy do czynienia, ale wiemy, że jest tylko jedna z dwóch możliwości.

Zadania domowe

1. Prześledź z wykładu wyprowadzenie efektu Hong-Ou-Mandla. Idea doświadczenia jest następująca: gdy dwa całkowicie identyczne fotony padną na płytkę światłodzielącą to zawsze wylecą one z płytki tym samym portem wyjściowym: jednym lub drugim, ale w sensie spójnej superpozycji kwantowej: $\frac{1}{\sqrt{2}}(|20\rangle - |02\rangle)$.
2. Do interferometru Macha-Zendera o ramionach o identycznej długości wpuszczono pojedynczy foton. W jedno z ramion wstawiono kawałek szkła o takiej grubości, że efektywnie przesuwa fazę fotonu w jednym z ramion o φ. Zapisz stan światła na wyjściu z interferometru i oblicz prawdopodobieństwo znalezienia fotonu w jednym lub drugim porcie wyjściowym.
3. W poprzednim zadaniu dla dowolnej fazy φ na ogół mamy do czynienia z sytuacją, że foton wychodzi jednocześnie z jednego portu wyjściowego i z drugiego. Zaproponuj prosty układ, w którym „złożysz" ten foton z powrotem w 1 kawałek tzn. by z jednego z wyjść dobudowanego układu wychodził zawsze z prawdopodobieństwem 1.
4. Zobacz na przykładzie zadania 3, że gdyby foton był zlokalizowany w jednym lub drugim z ramion interferometru, to układ który zaproponowałeś do „składania fotonu w 1 kawałek" przestanie działać.

Podstawy fizyki IV — Kolokwium I

25.03.2013

Kolokwium składa się z części testowej i zadań obliczeniowych. W sumie możesz uzyskać 40 punktów. Na rozwiązanie zadań i testu masz 3.5 h. Test oraz każde z zadań obliczeniowych oddawaj na osobnych kartkach. Formułuj klarowne odpowiedzi. W zadaniach obliczeniowych 1 i 2 oprócz wzorów podaj wartości liczbowe.

Na kolokwium możesz korzystać z jednej kartki A4 z własnoręcznymi notatkami oraz kalkulatora. W przypadku wszelkich wątpliwości co do znaczenia treści zadań pytaj prowadzącego.

Test (10 pkt)

Udziel krótkiej odpowiedzi wraz z uzasadnieniem. Za każde z zadań możesz dostać 1 pkt.

1. Pod jakim kątem należy zaświecić wskaźnikiem laserowym w płasko–równoległą szybę ($n = 1.5$), żeby światło uległo całkowitemu wewnętrznemu odbiciu na granicy szkło–powietrze? Szyba ma dużą powierzchnię, wskaźnikiem świecimy w okolicy jej środka, z dala od krawędzi.

2. Słaby impuls laserowy po przejściu przez szkło wydłużył się w czasie pięciokrotnie. Jak zmieniło się widmo $|\tilde{E}(\omega)|^2$ jeżeli wydłużenie nastąpiło tylko w wyniku liniowych efektów dyspersyjnych.

3. Trzy wiązki laserowe: czerwoną, zieloną i niebieską skierowano na pryzmat wykonany ze szkła o normalnej dyspersji. Po przejściu przez pryzmat wiązki nałożyły się tworząc biały promień światła. Narysuj opisaną sytuację i podpisz kolejność laserów.

4. Fala elektromagnetyczna o polu $E(t)$ pada na ośrodek, którego dyspersja opisana jest modelem Lorentza. O ile w fazie będzie przesunięta polaryzacja elektryczna $P(t)$ jeżeli fala padająca jest a) w rezonansie z ośrodkiem b) jest odstrojona daleko od rezonansu?

5. W ośrodku liniowym polaryzacja dla fali o określonej częstości ω jest proporcjonalna do pola elektrycznego $\tilde{P}(\omega) = \varepsilon_0 \tilde{\chi}(\omega) \tilde{E}(\omega)$. Ile wynosi podatność elektryczna $\chi(t)$ w dziedzinie czasu dla $t < 0$?

6. Rozważmy falę elektromagnetyczną propagującą się w próżni wzdłuż osi Z. W pewnym punkcie w przestrzeni z_0 pole elektryczne fali elektromagnetycznej wynosi $E(z_0, t) = E_0 \cos \omega_0 t$. Następnie na drodze propagacji fali (czyli w obszarze $z < z_0$) umieszczono ośrodek absorbujący, który zaabsorbował połowę natężenia fali i przepuścił połowę natężenia fali padającej. Podaj pole elektryczne $E_P(z_0, t)$ wyemitowane przez sam ośrodek absorbujący w punkcie z_0.

7. Przekonaliśmy się, że im krótszy sygnał jest w czasie tym szersze posiada widmo (np. femtosekundowe impulsy światła mają szerokość widma rzędu 10 nm). Dlaczego zatem światło słoneczne, którego szerokość widmowa jest rzędu 1 μm nie jest emitowana w postaci krótkich błysków tylko w sposób ciągły? Podaj jakościowe wyjaśnienie nawiązując do odwrotnej transformaty Fouriera.

8. Przestrzeń wypełniona jest materiałem o współczynnika załamania n_1 dla $|z| > a$ oraz materiałem o współczynniku załamania $n_2 > n_1$ dla $|z| < a$. Ośrodek ten zachowuje się jak światłowód planarny i dla pewnej długości fali λ mogą się w nim propagować dwa mody światła. Ile modów będzie światłowodzonych w analogicznej konfiguracji z odwrotnymi współczynnikami załamania (tj. dla $|z| > a$ współczynnik załamania wynosi n_2, a dla $|z| < a$ współczynnik załamania $n_1 < n_2$.

9. Podaj przykład sytuacji w której zobaczysz pełen okrąg tęczy (opisz położenie słońca, obserwatora i tęczy).

10. Podaj jednowymiarowe równanie falowe dla na wolno zmienną obwiednę pola $A(z, t)$ w próżni. Zastosuj przybliżenie wolno zmiennej amplitudy zarówno w czasie i przestrzeni, zakładając, że pole elektryczne ma postać: $E(z, t) = A(z, t) e^{i(k_0 z - \omega_0 t)}$, gdzie $\omega_0 / k_0 = c$.

Zadania obliczeniowe

Zadanie 1 (10 pkt) Wiązka laserowa o mocy $P_{tot} = 1$ mW pada prostopadle na powierzchnię rozpraszającą, zanurzoną w wodzie ($n = 1.33$) o głębokości $d = 1$ cm.

Oblicz natężenie oświetlenia powierzchni pod wodą (w jednostkach W/cm^2). Podaj i naszkicuj zależność $I(R)$ natężenia od odległości od plamki lasera. Oblicz maksymalne natężnie oświetlenia $I_{max} = I(R_{max})$ oraz odległość R_{max}.

Załóż, że punkt w który świeci laser rozprasza jednorodnie światło w połowę kąta bryłowego. Całkowita moc światła rozpraszanego to połowa mocy wiązki padającej czyli 0.5 mW. W obliczeniach pomiń odbicia inne niż całkowite. Załóż, że plamka z lasera jest bardzo mała (nie musisz podawać w tym miejscu oświetlenia), laser jest niespolaryzowany.

Zadanie 2 (10 pkt) Podaj sposób na zmierzenie grubości płasko - równoległej płytki szklanej za pomocą impulsu laserowego i przy użyciu spektrometru.

Narysuj konfigurację w przestrzeni: wiązka laserowa, płytka szklana, spektrometr. Podaj wzór na zmierzone widmo przez spektrometr i formułę na grubość płytki d, obliczoną na podstawie tego widma. Oszacuj maksymalną i minimalną grubość płytki jesteś w stanie zmierzyć przy założeniu, że spektrometr mierzy widmo w zakresie 600 nm – 1000 nm a jego rozdzielczość wynosi $\delta\lambda = 0.5$ nm.

Założenia: Współczynnik załamania płytki $n = 1.5$, zaniedbaj dyspersję materiału płytki oraz wielokrotne odbicia od płytki (amplitudowy współczynnik odbicia jest dużo mniejszy od jedynki, zaniedbaj człony proporcjonalne do kwadratu i wyższych potęg tego współczynnika). W powietrzu załóż gaussowski impuls laserowy: $E(t) = E_0 e^{-t^2/2\tau^2} \cos\omega_0 t$, $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$, $\lambda_0 = 800$ nm, $\tau = 10$ fs. Przyjmij, że spektrometr mierzy widmo sygnału: $|\tilde{E}(\omega)|^2$, ale jak każde urządzenie fizyczne ma pewien poziom szumów, które w tym przypadku uniemożliwiają odczyt wartości sygnału poniżej $e^{-4} \approx 2\%$ wartości maksymalnego odczytu.

Zadanie 3 (10 pkt) Udowodnij, że w idealnym przewodniku iloczyn prędkości fazowej v_f i grupowej v_g fali elektromagnetycznej jest stała i w szczególności nie zależy od częstości fali ω oraz koncentracji nośników w przewodniku. Podaj ile wynosi ta stała.

Podstawy fizyki IV — Kolokwium II

06.05.2013

Kolokwium składa się z części testowej i zadań obliczeniowych, zadania zostały posortowane wg stopnia trudności (w odczuciu prowadzącego). W sumie możesz uzyskać 40 punktów. Na rozwiązanie zadań i testu masz 3.5 h. Test oraz każde z zadań obliczeniowych oddawaj na osobnych kartkach. Formułuj klarowne odpowiedzi.

Na kolokwium możesz korzystać z jednej kartki A4 z własnoręcznymi notatkami, kalkulatora i kartki z notatkami z poprzedniego kolokwium. W przypadku wszelkich wątpliwości co do znaczenia treści zadań pytaj prowadzącego.

Test (10 pkt)

Udziel krótkiej odpowiedzi wraz z uzasadnieniem. Za każde z zadań możesz dostać 1 pkt.

1. Masz dwie płyty: CD i DVD. Z płyt usunięto nalepkę z przodu i nie wiesz, która jest która. Jak, wykorzystując wskaźnik laserowy sprawdzić, która płyta to CD a która to DVD?

2. Transmisja amplitudowa pewnej płytki wynosi $t(x) = \cos^2(Kx/2)$. W tą płytkę prostopadle świecisz białym promieniem światła. Narysuj bieg promieni za płytką i podpisz kolory (dla uproszczenia uwzględnij tylko kolory: czerwony, niebieski, zielony, biały).

3. Dysponujesz 10 wiązkami laserowymi, każda o mocy 1 mW. Wiązki pochodzą z jednego lasera, poprzez podział za wiązki za pomocą pewnego układu płytek światłodzielnych. Jaką maksymalną moc możesz uzyskać łącząc z powrotem te wiązki w jedną? Abstrahujemy od sposobu łączenia.

4. Masz do wyboru dwie soczewki: pierwsza o średnicy 10 cm i ogniskowej 10 cm, druga o średnicy 20 cm i ogniskowej 40 cm. Której użyjesz do rozpalenia ogniska w słoneczny dzień? Dlaczego?

5. Masz dwie soczewki: skupiającą o ogniskowej f_1 i rozpraszającą o ogniskowej f_2, $|f_2| > f_1$, linijkę i odległe źródło światła. Podaj sposób na zmierzenie ogniskowej soczewki rozpraszającej.

6. Dwie fale płaskie o wektorach falowych pod niewielkim kątem padają na ekran. Częstotliwości fal różnią się o 5 Hz. Opisz co zobaczysz na ekranie.

7. W standardowym mikroskopie optycznym miejsce, w którym powstaje obraz pośredni jest ustalone i znajduje się w odległości 160 mm od obiektywu. Jaką długość ogniskową ma obiektyw z mikroskopu o powiększeniu 20x?

8. Po co w spektrometrze siatkowym szczelina wejściowa? Co polepszamy a co pogarszamy zmniejszając jej szerokość?

9. Masz dwie fale elektromagnetyczne o różnych częstościach, jedna o sporej amplitudzie, druga o bardzo amplitudzie oraz płytkę światłodzielącą. Jak za pomocą fotodiody i oscyloskopu zmierzyć amplitudę słabej wiązki jeżeli znasz natężenie tej silnej?

10. Co jest ograniczeniem na maksymalną głębokość w której możemy skanować próbkę, w koherentnej tomografii optycznej (OCT - *optical coherence tomography*)? Są dwa ograniczenia.

Zadania obliczeniowe

Zadanie 1 (10 pkt) Na rysunku 1 przedstawiono układ do wytwarzania siatki dyfrakcyjnej metodą litograficzną. Dwie wiązki laserowe, pochodzące z tego samego lasera o długości fali λ_1, skrzyżowano pod pewnym niewielkim kątem θ. Za krzyżującymi się wiązkami umieszczono teleskop składający się z dwóch soczewek o ogniskowych f_1 i $f_2 > f_1$. Za teleskopem umieszczono kliszę fotograficzną w miejscu gdzie wiązki się nakładają.

a) Jakie powinny być odległości pomiędzy miejscem gdzie wiązki się przecinają, soczewkami i ekranem?

b) Jaka powinna być kolejność soczewek by prążki interferencyjne były gęstsze w stosunku do tych które powstałyby bez teleskopu?

c) Podaj rozkład natężenia światła na kliszy.

d) W naświetloną i wywołaną kliszę fotograficzną zaświecono prostopadle laserem o długości fali λ_2 i o średnicy wiązki D. Podaj kąt pierwszego rzędu ugięcia oraz szerokość kątową tego ugięcia.

Zadanie 2 (10 pkt) a) (5 pkt) Udowodnij, że układ składający się z dwóch soczewek o ogniskowych f w odległości d od siebie obrazuje punkt w odległości f przed pierwszą soczewką w punkt w odległości f za drugą soczewką, niezależnie od odległości d (rysunek 2(a)). Znajdź powiększenie podłużne i poprzeczne w tym obrazowaniu.

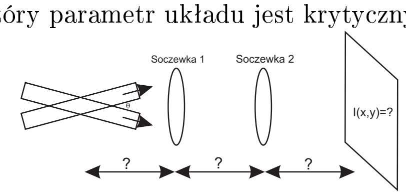
b) (5 pkt) Analogiczny układ do tego z punktu a) można zrealizować za pomocą dwóch zwierciadeł sferycznych (Rys. 2(b)). Przedmiot umieszczony w położeniu A, tuż nad górnym zwierciadłem zostanie zobrazowany w położenie A', tuż nad górnym zwierciadłem. Podaj stosunek średnicy zwierciadeł do wysokości układu D/h.

Zadanie 3 (10 pkt) Interferometr Fabry-Perot może zostać wykorzystany jako spektrometr. Na rysunku 3(a) przedstawiono pewien układ, który działa jak spektrometr. Wykonano go z następujących elementów: matówka, interferometr Fabry-Perot o płaskich lustrach o współczynniku odbicia R i odległości L i dużym $finesse$, soczewka o ogniskowej f i ekran. Źródło światła stanowi dużą, skolimowaną wiązkę, która jednorodnie oświetla matówkę. Działanie matówki można zinterpretować w następujący sposób: matówka wprowadza losową fazę przestrzenną dlatego oświetlając ją jednorodnie wyprodukuje fale płaskie o losowych fazach (rysunek 3(b)). Załóż, że matówka generuje pełen rozkład wektorów falowych o takich samych amplitudach, ale o losowych fazach. W punktach a) i b) podaj wzory i znajdź wartości liczbowe dla $\lambda = 635$ nm, $f = 100$ mm, $L = 100\ \mu m$, $R = 0.99$.

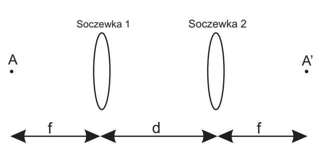
a) Znajdź wzór interferencyjny $I(r)$ który powstanie na ekranie i podaj promienie kolejnych pierścieni wzoru interferencyjnego, który powstanie przy oświetleniu układu monochromatycznym światłem o długości fali λ.

b) Znajdź szerokość połówkową prążka interferencyjnego pierwszego od środka ekranu. Załóż, że długość fali oświetlenia λ, jest taka, że promień pierwszego prążka interferencyjnego jest większa niż zero tzn. na środku ekranu będzie lokalne minimum oświetlenia.

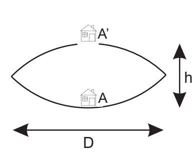
c) Znajdź rozdzielczość spektrometru $\Delta\lambda$. Warunek rozróżnialności dwóch bliskich linii spektrum zaproponuj samodzielnie. Który parametr układu jest krytyczny dla dobrej rozdzielczości takiego spektrometru?



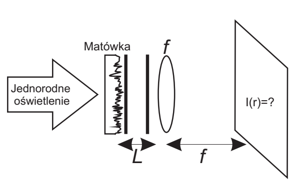
Rysunek 1.



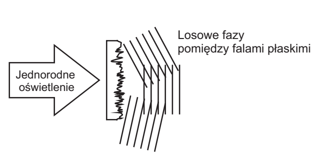
Rysunek 2(a)



Rysunek 2(b)



Rysunek 3(a)



Rysunek 3(b)

Podstawy fizyki IV — Egzamin

11.06.2013

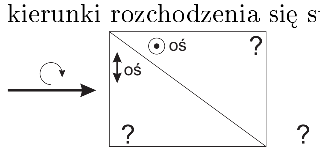
Egzamin składa się z części testowej i zadań obliczeniowych, zadania zostały posortowane wg stopnia trudności (w odczuciu prowadzącego). W sumie możesz uzyskać 40 punktów. Na rozwiązanie zadań i testu masz 3.5 h. Test oraz każde z zadań obliczeniowych oddawaj na osobnych kartkach. Formułuj klarowne odpowiedzi.

Na egzaminie możesz korzystać z jednej kartki A4 z własnoręcznymi notatkami, kalkulatora i i dwóch kartek z notatkami z poprzednich kolokwiów. W przypadku wszelkich wątpliwości co do znaczenia treści zadań pytaj prowadzącego.

Test (10 pkt)

Udziel krótkiej odpowiedzi wraz z uzasadnieniem. Za każde z zadań możesz dostać 1 pkt.

1. Co można powiedzieć o długości sygnału w czasie jeżeli a) jego widmo jest bardzo wąskie b) jego widmo jest bardzo szerokie?
2. Masz do dyspozycji wskaźnik laserowy i wszystko co znajdziesz w tej sali z wyjątkiem rzeczy osobistych. W jaki sposób określisz kierunek polaryzacji wskaźnika laserowego?
3. Czy bardzo cienkie szklane włókno, ale o jednorodnym współczynniku załamania może być światłowodem? Nie zależnie od odpowiedzi, uzasadnij.
4. Nałożono na siebie dwie fale płaskie o tej samej polaryzacji liniowej i tej samej długości fali o wektorach falowych pod niewielkim kątem. Na ekranie zaobserwowano prążki interferencyjne. Następnie jednej z wiązek obrócono polaryzację o 90°. Co zaobserwowano na ekranie?
5. Światło ma pewną polaryzację eliptyczną (nie liniową i nie kołową). Czy i jak za pomocą płytki ćwierćfalowej można przetransformować tę polaryzację eliptyczną na polaryzację kołową? Podaj transformację na sferze Poincare, która pokaże, że taka transformacja jest możliwa lub argument za tym, że jest niemożliwa.
6. Na kryształ dwójłomny składający się z dwóch kawałków o prostopadłych osiach optycznych pada promień światła o polaryzacji kołowej tak jak na rysunku poniżej. Narysuj dalszy bieg promieni oddając jakościowo kierunki rozchodzenia się swiatła. Pomiń odbicia na granicach ośrodków.



7. Jak za pomocą szklanej płytki płaskorównoległej o znanym współczynniku załamania, spektromentru i krótkiego impulsu laserowego wyznaczyć grubość płytki?
8. Do interferometru Michelsona-Morleya o równej długości ramion, wpuszczono pojedynczy foton. Którędy foton wyjdzie z interferometru? (Zrób rysunek i uzasadnij).
9. Jak zmieni się natężenie światła II harmonicznej jeżeli dwukrotnie wydłużymy ośrodek nieliniowy a) w przypadku gdy zachodzi warunek dopasowania fazowego (ilościowo) b) gdy warunek dopasowania fazowego nie jest spełniony (jakościowo)?
10. Zaproponuj dowolne (ale realistyczne) doświadczenie w którym można stwierdzić, czy światło jest spolaryzowane prawoskrętnie lub lewoskrętnie.

Zadania obliczeniowe

Zadanie 1 (10 pkt) W odległości d umieszczono równolegle dwie końcówki światłowodów jednomodowych. Z obu światłowodów wychodzi monochromatyczne światło o częstości ω_0 w podstawowym modzie przestrzennym, które w przekroju poprzecznym można opisać funkcją Gaussa: $E(\rho) = E_0 e^{-\rho^2/2a^2}$, gdzie ρ to odległość od osi światłowodu. W odległości $D \gg d$ od światłowodów umieszczono ekran. Znajdź natężenie światła na ekranie.

Zadanie 2 (10 pkt) W odległości $D = 3$ m od Ciebie stoi nieznośny dzieciak z sąsiedztwa, który próbuje zaświecić Ci laserem w oko. Niestety najprawdopodobniej mu się to uda. Jedyne co możesz zrobić, to wiedząc jak działa oko i jak propaguje się wiązka gaussowska zmienić ogniskową soczewki oka (np. poprzez ostre spojrzenie na obiekt w pewnej znanej odległości) by zminimalizować zniszczenia siatkówki. W kolejnych podpunktach zadania opracujesz strategię obrony[1].

a) Na początku oblicz w jakiej odległości od dzieciaka z sąsiedztwa średnica plamki z lasera wzrośnie o czynnik $\sqrt{2}$? Laser dzieciaka ma średnicę odpowiadającą parametrowi$w_0 = 3$ mm w przewężeniu które znajduje się w wyjściu ze wskaźnika. Laser jest zielony i ma długość fali $\lambda = 532$ nm.

b) Dla jakiej odległości patrzenia zniszczenia w Twoim oku trafionym przez laser w odległości $D = 3$ m będą największe? Oszacuj natężenie na siatkówce oka (w jednostkach mW/cm^2), jeżeli moc lasera wynosi $P = 5$ mW. Uprość maksymalnie obliczenia stosując odpowiednie przybliżenia.

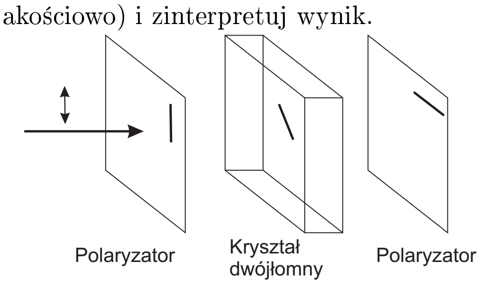
a) Zaproponuj, na jak daleki obiekt powinieneś spojrzeć, żeby zniszczenia w Twoim oku były jak najmniejsze? Oblicz minimalne natężenie światła na siatkówce przy odpowiednio dobranej akomodacji oka.

Oko ludzkie posiada soczewkę, która zmienia swą ogniskową umożliwiając ostre widzenie w zakresie od 25 cm do ∞. Przyjmij prosty model w którym oko to soczewka o zmiennej ogniskowej za którą w odległości 2 cm znajduje się siatkówka.

Zadanie 3 (10 pkt) Pomiędzy dwa prostopadle skrzyżowane polaryzatory wstawiono ośrodek dwójłomny o osi pod kątem 45° do obu polaryzatorów (patrzy rysunek poniżej). Ośrodek dwójłomny ma grubość d i posiada współczynnik załamania n_o i n_e odpowiednio dla dwóch polaryzacji promienia zwyczajnego i nadzwyczajnego.

a) Oblicz widmo transmisji natężeniowej takiego układu $T(\omega)$ dla niespolaryzowanego światła padającego.

b) Przez układ przepuszczono impuls laserowy o polu elektrycznym $E(t) = E_0 \mathrm{rect}(t,\tau) e^{i\omega_0 t}$ o polaryzacji równoległej do osi pierwszego polaryzatora. Funkcja $\mathrm{rect}(t,\tau)$ to funkcja która przyjmuje wartość 1 dla $t \in (0,\tau)$ i 0 w przeciwnym przypadku. Znajdź pole elektryczne w czasie na wyjściu z układu, narysuj wykres obwiedni w czasie (jakościowo) i zinterpretuj wynik.



[1] Trywialne odpowiedzi typu: zamykam oczy lub odwracam się, nie będą uznawane.

Podstawy fizyki IV — Egzamin poprawkowy

9.09.2013

Egzamin składa się z części testowej i zadań obliczeniowych, zadania zostały posortowane wg stopnia trudności (w odczuciu prowadzącego). W sumie możesz uzyskać 40 punktów. Na rozwiązanie zadań i testu masz 3.5 h. Test oraz każde z zadań obliczeniowych oddawaj na osobnych kartkach. Formułuj klarowne odpowiedzi.

Na egzaminie możesz korzystać z jednej kartki A4 z własnoręcznymi notatkami, kalkulatora i i dwóch kartek z notatkami z poprzednich kolokwiów. W przypadku wszelkich wątpliwości co do znaczenia treści zadań pytaj prowadzącego.

Test (10 pkt)

Udziel krótkiej odpowiedzi wraz z uzasadnieniem. Za każde z zadań możesz dostać 1 pkt.

1. Zobaczyłeś przed sobą, nad płaskim horyzontem połowę łuku tęczy. Gdzie znajduje się względem Ciebie słońce?
2. Fala o płaskim froncie falowym przeszła przez soczewkę rozpraszającej o ogniskowej $-f$. Narysuj front falowy za soczewką i podaj jego promień krzywizny.
3. Patrzysz przez pewien układ optyczny (np. obiektyw od aparatu albo lupa), który tworzy ostry obraz przedmiotu, który jest za nim. Jak przekonasz się czy obraz, który powstał jest pozorny czy rzeczywisty? Nie możesz zmieniać odległości przedmiotu od układu optycznego. Załóż, że obraz rzeczywisty nie może powstać wewnątrz samego układu.
4. Mały otworek o średnicy 100 μm oświetlono jednorodnie światłem z lasera. Za otworkiem w odległości 20 cm umieszczono soczewkę a następnie w odległości 20 cm za soczewką umieszczono ekran. Naszkicuj rozkład natężenia światła na ekranie, jeżeli długość ogniskowa soczewki wynosi 10 cm.
5. Pomiędzy dwa skrzyżowane polaryzatory wstawiono kawałek plastiku. Układ oświetlono światłem z żarówki, ale nie przepuścił światła. Następnie plastik poddano jednorodnemu naprężeniu i układ przepuścił światło. Opisz jakościowo jaki kolor (jakie widmo) światła został przepuszczony.
6. Dlaczego bąbelki powietrza widziane pod wodą wyglądają na srebrzyste?
7. W aparacie fotograficznym jednym ze stopni swobody pozwalającym na dobre ustawienie naświetlenia matrycy/kliszy jest ustawienie wielkości otworu przesłony. Zmiana tego parametru wpływa też na głębię ostrości zdjęcia. Wyjaśnij skąd bierze się ten efekt i czy zwiększenie głębi ostrości następuje przy zwiększaniu czy przy zmniejszaniu średnicy otworu przesłony.
8. Zasłoniłeś oczy przed ostrym słońcem materiałem o ostrej krawędzi (np. kartą bankomatową). Zobaczyłeś, że blisko krawędzi widzisz różne kolory. Zrób rysunek, na którym zaznaczysz kolejność kolorów i miejsce w którym je zobaczyłeś.
9. Interferometr Michelsona-Morleya ustawiono tak, że przy oświetleniu laserem przez port wyjściowy nie wychodzi światło (ciemny prążek). Laser zastąpiono skolimowanym światłem z żarówki. Czy teraz z interferometru wyjdzie światło? Jeżeli tak lub nie, to przy jakich dodatkowych założeniach?
10. Do interferometru Fabry-Perrot wpuszczono krótki impuls laserowy, krótszy niż długość wnęki. Jakie będzie natężenie światła w funkcji czasu na wyjściu z interferometru? Naszkicuj wykres.

Zadania obliczeniowe

Zadanie 1 (10 pkt) Zaproponuj najprostszy układ optyczny, składający się z soczewki o ogniskowej f i ekranu do obserwacji o następującej własności: niezależnie od położenie promienia przed układem, punkt na ekranie na który padnie promień, będzie zależał tylko od kąta promienia względem osi soczewki, czyli układ transformuje tylko kąt na położenie.

a) Jaką postać musi mieć macierz ABCD układu by posiadać wyżej wymienioną własność?

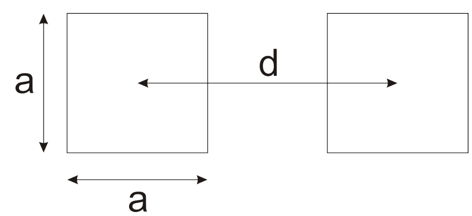
b) Jaka musi być odległość soczewki od ekranu, żeby uzyskać w/w własność?

Oprócz własności transformacji kąt na położenie, życzymy sobie by układ dodatkowo przeprowadzał nam wszystkie wiązki gaussowkie z przewężeniem na wejściu układu na wiązki gaussowskie o przewężeniu na ekranie.

c) Jaką postać musi mieć macierz ABCD by spełnić obydwa warunki jednocześnie?

d) W jakiej odległości od soczewki musi być przewężenie wiązki gaussowskiej? Podaj jakie będzie powiększenie średnicy przewężenia na ekranie, jeżeli wiązka na wejściu miała przewężenie o średnicy w_0.

Zadanie 2 (10 pkt) W kartce papieru wycięto dwa kwadraty o boku a. Odległość pomiędzy środkami tych kwadratów wynosi $d > a$. Otwory oświetlono jednorodnie światłem o długości fali λ i polu elektrycznym o amplitudzie E_0. Za otworami umieszczono soczewkę o dużej średnicy i ogniskowej f. Podaj natężenie światła na ekranie w odległości f za soczewką.



Rysunek 1: Zad. 2. Dyfrakcja na dwóch kwadratowych otworach.

Zadanie 3 (10 pkt) Do dielektryka o grubości d wpuszczono impuls laserowy o polu elektrycznym $E(t) = E_0 \exp(-t^2/2\tau^2 - i\omega_0 t)$. Współczynnik załamania ośrodka dla częstotliwości bliskich ω_0 opisana jest formułą $n(\omega) = a + b\omega$. Oblicz długość impulsu laserowego po przejściu przez ten ośrodek (przyjmij taką miarę, że długość impulsu na wejściu wynosiła τ). Równanie propagacji na wolno zmienną obwiednię $A(z,t)$:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$$

gdzie $\beta_1 = \partial k/\partial\omega|_{\omega_0}$, $\beta_2 = \partial^2 k/\partial\omega^2|_{\omega_0}$.